

# Taktstyrda likspänningsomvandlare de tre grundkonstruktionerna

Karl Hammar

2022-02-01

## Förord

Jag har skrivit denna text eftersom jag behövde se hur dessa omvandlare beter sig för olika värden på ingående komponenter och för att skriva ett program som räknar ut hur strömmar och spänningar ser ut när man varierar dessa komponenter. Denna text tar inte upp hur man från att känna av utspänning och ström ska kunna styra omvandlaren.

I min föräldrageneration var mycken kurs- och teknisk litteratur skriven på svenska och de texterna har trängts ut av de engelska; så jag vill verka för att vi ska kunna uttrycka oss på svenska och med svenska tekniska termer, även i facklitteratur som denna. Jag har också valt att undvika akronymer utan har försökt att hitta de ord som beskriver det jag vill uttrycka.

Jag har använt vi-form, dels för att det känns naturligt och dels för att vi, du som läser detta och jag som skriver, går igenom detta tillsammans.

De personer som känner sig bekväma med matematik och elektronik kan med fördel hoppa över introduktionen eller läsa den kursivt och börja direkt vid rubriken kraftceller.

— *Karl Hammar* —

## Sammanfattning

Som visas i figur 11 på sidan 14 kan man med hjälp av en induktor, ett par kondensatorer och en brytare kan man göra en likspänningsomvandlare som kan öka, minska eller vända (byta texken) på en inspänning med låg effektförlust.

Nackdelen är dock att brytaren med sina plötsliga omkopplingar ger krusningar på utspänningen. Dessa krusningar eller variationer i utspänningen kan minskas genom att man väljer allt större kondensatorer med allt mindre intern motstånd och vi kan på så sätt få ut en glättad likspänning. Samma princip gäller för de krusningar och strömstötar som uppstår på omvandlarens ingång.

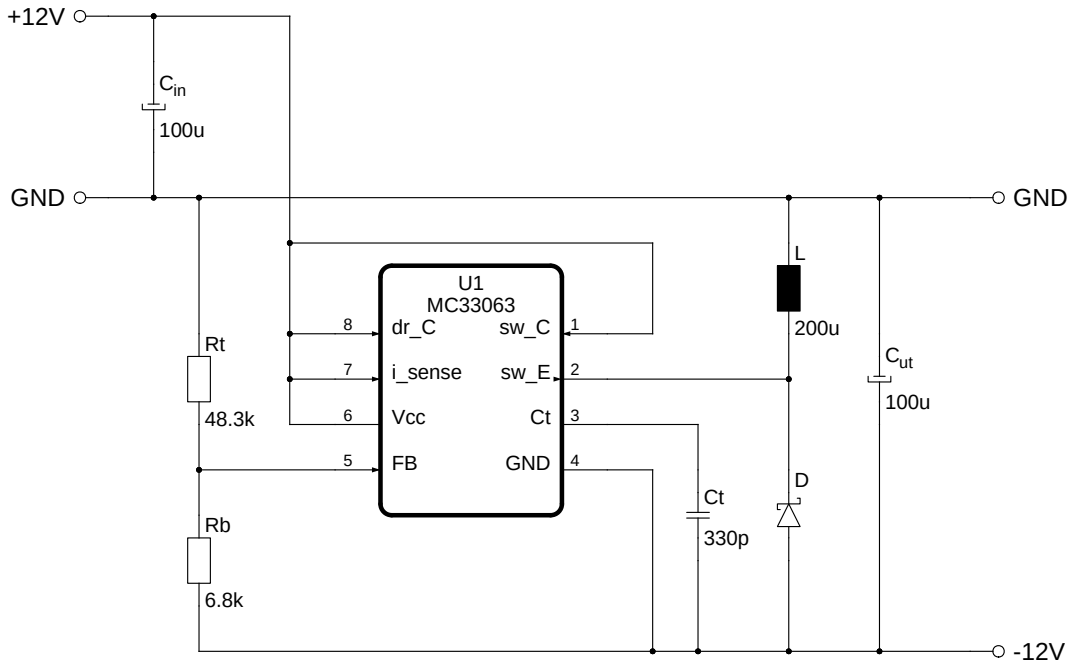
Induktorn som är huvudkomponenten för omvandlaren behöver vara av en minsta storlek för att hantera den energi som behövs lagras i den i omvandlarens olika arbetssteg. Den minsta storleken som behövs är den som fås då induktorn arbetar på gränsen mellan hel och deltid. Induktorn arbetar på heltid då det alltid flyter ström genom den och på deltid om det inte flyter ström genom den under en del av dess arbetscykel. Jag har valt att kalla detta för del-, gräns- och deldrift. Man kan också minska de krusningar och strömstötar på in- och utgången genom att välja en induktor större induktans.

# Innehåll

<b>1</b>	<b>Introduktion</b>	<b>4</b>
1.1	Enheter och symboler . . . . .	5
1.2	Dimensionsanalys . . . . .	5
1.3	Kondensatorer och induktorer . . . . .	6
1.4	Skillnader . . . . .	7
1.5	Summer . . . . .	8
1.6	Medelvärden . . . . .	8
1.7	Energilager . . . . .	9
1.8	Resonator . . . . .	11
1.9	Approximationer . . . . .	12
1.10	Stabil arbetscykel . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Kraftceller</b>	<b>14</b>
2.1	Funktion i stort . . . . .	14
2.2	Uppstart . . . . .	15
2.2.1	K1 . . . . .	15
2.2.2	K2 . . . . .	15
2.2.3	K3 . . . . .	15
2.3	Driftsnivåer . . . . .	15
2.4	Praktiska mått . . . . .	15
2.4.1	Tider . . . . .	15
2.4.2	Spänningar . . . . .	16
2.4.3	Strömmar . . . . .	16
2.4.4	Annat . . . . .	16
2.4.5	Konstanter . . . . .	17
2.5	Vad vill vi få reda på . . . . .	17
2.6	Funktion i det lilla . . . . .	17
2.6.1	Deldrift . . . . .	20
2.6.2	Gränsdrift . . . . .	21
2.6.3	Heldrift . . . . .	21
2.6.4	Gränsströmmen . . . . .	21
2.6.5	Gränsinduktanser . . . . .	21
2.7	Hur $I_{Lpp}$ beror på $L$ . . . . .	22
2.8	Hur $I_M$ beror på $L$ . . . . .	22
2.9	Hur $\max i_L$ beror på $L$ . . . . .	23
2.10	Hur $\min i_L$ beror på $L$ . . . . .	23
2.11	Den lagrade energin i $L$ . . . . .	23
2.11.1	Del- och gränsdrift . . . . .	24
2.11.2	Heldrift . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Förhållandet mellan <math>P_A</math> och <math>M</math></b>	<b>25</b>
3.1	Kraftceller av typen K1 . . . . .	25
3.2	Kraftceller av typen K2 . . . . .	26
3.3	Kraftceller av typen K3 . . . . .	27
<b>4</b>	<b>Strömmar och spänningar över kondensatorerna</b>	<b>29</b>
4.1	Små spänningsvariationer på utspänningen . . . . .	29
4.2	Enkel inkoppling . . . . .	30
4.2.1	Strömstyrka I och II . . . . .	30
4.2.2	Strömstyrka I . . . . .	31
4.2.3	Gränsen mellan strömstyrka II och III . . . . .	32
4.2.4	Strömstyrka II . . . . .	33
4.2.5	Strömstyrka III . . . . .	34
4.3	Dubbel inkoppling . . . . .	34
4.3.1	Deldrift . . . . .	34
4.3.2	Gräns- och heldrift . . . . .	35
4.4	Spänningsvariationen över $R_C$ . . . . .	35

# 1 Introduktion

Nedan är ett exempel på en kraftomvandlare som ger -12V ut.



Figur 1: Negativ spänningsomvandlare med MC33063

Till vänster finns motstånderna  $R_b$  och  $R_t$ , de bildar en spänningsdelare som tillsammans med ingången  $FB$  är en del av återkopplingskedjan som ska se till att utspänningen håller sina korrekta -12V.

I mitten finns kondensatorn  $C_t$  som styr  $U_1$ s cykeltid  $T_s$  och därmed med vilken frekvens  $f_s = 1/T_s$  som kretsen arbetar med. På in- och utgångarna har vi kondensatorerna  $C_{in}$  och  $C_{ut}$  som ser till att begränsa ström- och spänningstötarna på in- och utgångarna till konstruktionen.

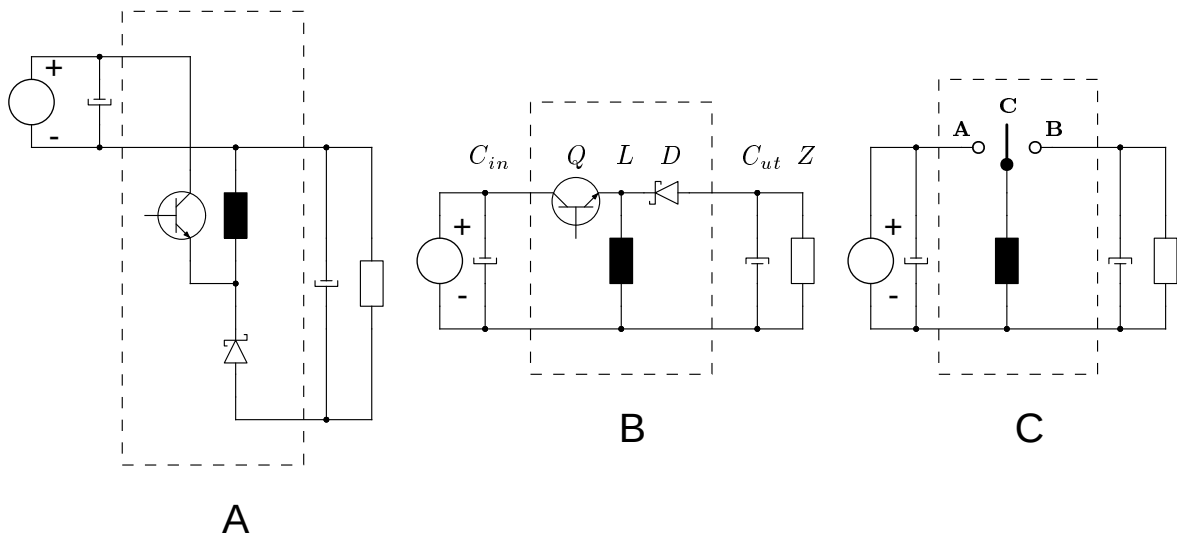
Och till höger slutligen finns induktorn  $L$  (den fyllda rektangeln), dioden  $D$  och transistorn vars kollektor och emitter är tillgängliga på  $U_1$ s pinnar  $sw\_C$  och  $sw\_E$ . De bildar tillsammans konstruktionens kraftcell.

Kraftcellen från figur 1 finns återgiven i de streckade rutorna i figur 2A. En spänningskälla  $U_{in}$  är tillagd på dess ingång och en last  $Z$  på dess utgång. Lasten kan t.ex. vara ett enkelt motstånd eller en förstärkare som behöver den negativa spänningen för att kunna hantera signaler med både plus- och minusspänningar. Om man stuvor om elektronikschemat genom att vända upp och ned på  $L$ ,  $C$  och  $Z$ , och låta  $D$  följa med upp, kan man rita det som i 2B vilket kanske gör det lättare att förstå konstruktionen.

I dessa konstruktioner finns det två eller tre arbetssteg: **A** när transistorn  $Q$  är öppen och dioden  $D$  är stängd, **B** när  $Q$  är stängd och  $D$  leder och ev. **C** när både transistorn och dioden är stängda. Kondensatorerna ser till att jämna ut in- och utspänningarna.

Om vi utgår från figur 2B, så ser vi att när  $Q$  är öppen (dvs. den leder ström genom att man tillför ström på dess bas) så har dioden  $D$  spänning i spärriktningen så den är stängd och ström flödar genom induktorn  $L$  uppifrån nedåt. Stängs sedan  $Q$  (genom att basen blir strömlös) vill induktorn  $L$  fortsätta driva ström genom sig så den drar ström genom  $D$  och  $D$  blir då öppen. Genom att  $L$  drar ström uppifrån ner, kommer strömmen cirkulera motsols så att strömmen genom  $Z$  kommer nerifrån upp. Det ger att spänningen över  $Z$  blir negativ och utgångskondensatorn  $C_{ut}$  laddas upp. Om sedan strömmen genom induktorn blir noll, då stänger  $D$  igen pga. den spänning som har byggts upp över  $C_{ut}$ .

Vi har då dessa tre arbetssteg: **A**  $Q$  öppen och  $D$  stängd, **B**  $Q$  stängd och  $D$  öppen, och ev. **C** både  $Q$  och  $D$  är stängda. Det gör att vi kan, för att förenkla, ersätta  $Q$  och  $D$  med strömställaren  $S$  som i figur 2C. Det enda vi kan styra är tiden som  $S$  står i steg **A**, sedan följer **B** och ev. **C** automatiskt.



Figur 2: Olika sätt att rita kraftcellen

Transistorn  $Q$  är vanligtvis nästintill alltid en mosfet och dioden  $D$  är för det mesta en schottkydiod men kan även den vara en mosfet.

## 1.1 Enheter och symboler

I nedanstående tabell listas olika storheter, hur de förkortas i ekvationer (beteckning) och vilken enhet som används.

Begrepp	beteckning	enhet	enhet kort	alt. form
Tid	T	sekund	$s$	
Elektrisk ström	I	Ampere	$A$	
Avstånd, sträcka	s	meter	$m$	
Elektrisk spänning	U	Volt	$V$	$W/A$
Motstånd	R	Ohm	$\Omega$	$V/A$
Effekt	P	Watt	$W$	$J/s$
Energi	E	Joule	$J$	$Nm$
Kraft	F	Newton	$N$	$kgm/s^2$
Kapacitans	C	Farad	$F$	$As/V$
Induktans	L	Henry	$H$	$Vs/A$
Laddning	Q	Coulomb	$C$	$As$
Magnetiskt flöde	$\Phi$	Weber	$Wb$	$Vs$

Eftersom alfabetet innehåller begränsat många tecken och att man för det mesta vill ha beteckningar med en bokstav, lånar man ofta tecken från grekiskan, som i vårt fall med  $\Phi$  (uttalas fi). Det kan vara bra att veta att samma tecken kan betyda olika saker inom olika ämnesområden. Stora bokstäver avser som oftast fasta värden (som likspänning och -ström) och små bokstäver det som varierar, exempelvis  $i = I_{dc} + i_{ac}$ .

## 1.2 Dimensionsanalys

En praktisk sak man kan göra när man vill kontrollera om en ekvation man löst är att göra en dimensionsanalys. Istället för att arbeta med siffrorna (t.ex. 12 i 12V) tittar man på enheterna (t.ex. V i 12V). Om vi vill kontrollera en ekvation sätter vi in storheternas enheter i ekvationen, struntar i siffrorna, tar bort plus och minustecken och ser om vi får något vettigt. Tag t.ex. ekvationen  $Q = CU$ , sätt in enheterna istf. beteckningarna,  $As = FV$ , byt ut Farad mot dess alternativa form,  $As = (As/V)V$ , Volt/Volt försvinner och kvar är  $As = As$ .

Ett annat exempel är  $E = I_L^2 L / 2$  (finns under rubriken energilagring), kan det stämma? Sätt in enheterna och tag bort konstanten 2:  $J = A^2 H$ , byt ut Henry mot sin alternativa form,

$J = A^2(Vs/A)$ , Ampere/Ampere förviner,  $J = AVs$ , byt ut Volt,  $J = A(W/A)s$ , förenkla,  $J = Ws$ , byt ut Watt,  $J = (J/s)s$  vilket ger  $J = J$ .

Under rubriken **Approximationer** längre fram i texten, finns ekvationen  $u_C(t) = U_C e^{-t/(RC)}$ .  $u_C$  och  $U_C$  har båda dimensionen Volt, så där stämmer det, men det som finns i exponenten måste vara dimensionslöst<sup>1</sup> (när man räknar med enheter skrivs det som en enkel etta "1"). Låt oss först titta på tidskonstanten  $\tau = RC \rightarrow \Omega F = (V/A)(As/V) = s$ . Exponentens dimensionsanalys blir då  $-t/(RC) \rightarrow s/(\frac{V}{A} \frac{As}{V}) \rightarrow s/s = 1$ , dvs. dimensionslöst, precis vad vi behövde.

Dimensionsanalys är ett enkelt och praktiskt sätt att kontrollera sina ekvationer med.

### 1.3 Kondensatorer och induktorer

Kondensatorer och induktorer är så kallade reaktiva komponenter. De betyder att, i en växelströmskrets, de är en belastning som till skillnad från motstånd inte förbrukar någon energi utan de lagrar den för att senare kunna avge den. Och deras förmåga att lagra energi är det som är användbart för oss i en likspänningsomvandlare. Deras lagringsförmåga kallas kapacitans resp. induktans. I en kondensator tillför man energi genom att låta en ström strömma genom den och i en induktor genom att lägga en spänning över den. En kondensator är kanske inte så svår att förstå, den är som en behållare vari man kan lägga, i vårt fall, elektroner och brist på elektroner. Man kan fylla på snabbt eller långsamt och ta ut snabbt eller långsamt. I vårt fall är vi intresserade av att fylla på snabbt, dvs. hög ström under kort tid, och ta ut långsamt, dvs. lägre ström under längre tid. En induktor kan vara lite svårare att få grepp på. Den är som ett tungt hjul som man kan få ta i för att få den att rotera och sedan snurrar den på av egen fart. Analogin är "ta i" — anslut spänning, och "snurra" — ström flyter runt i kretsen.



Figur 3: Spänning och ström över kondensatorer och induktorer

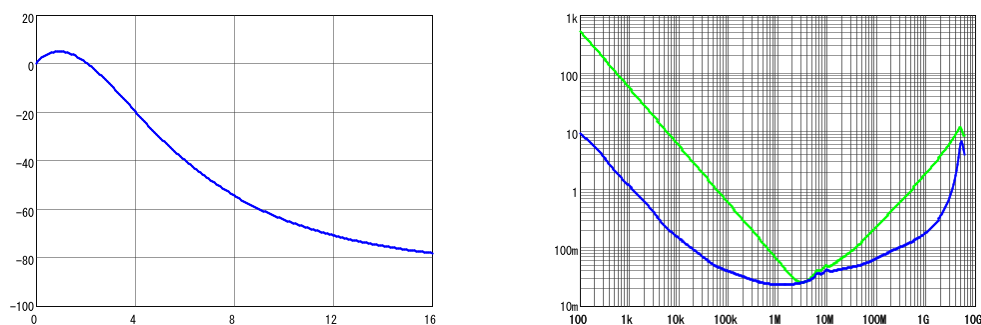
En kondensators kapacitans mäts i Farad =  $F = C/V = As/V$  och en spoles (en induktors) induktans mäts i Henry =  $H = Wb/A = Vs/A$ . Kondensatorn lagrar laddningar (As) och induktorn magnetiskt flöde (Vs).

Verkliga kondensatorer har begränsningar. T.ex. beror kapacitansen på den pålagda lik- och växelspänningen. Till vänster i figur 4 ser vi att kapacitansen sjunkit till 50% av det nominella värdet vid 8V. Till höger, i den övre, gröna (ljusa) kurvan, ser vi att över resonansfrekvensen (ung. 2MHz) fungerar den inte som kondensator längre. Spolar har också begränsningar, främst i hur mycket ström de tål, inom vilket frekvensområde de fungerar bäst i och vilka temperaturer de tål. Men så länge man håller sig inom ett lämpligt arbetsområde för komponenten så är de viktigaste parametrarna komponentens kapacitans resp. induktans, spänningstålighet, strömtålighet, temperaturtålighet och det interna motståndet.

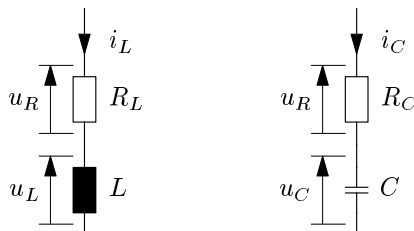
För en ideal kondensator gäller sambandet  $Q = CU$  och for en ideal induktor  $\Phi = LI$ . Några exempel:

- om det är 1V över en kondensator på 1F så innehåller den laddningen 1 As, eller med andra ord  $Q = UC = 1V \cdot 1F = 1V \cdot 1As/V = 1As$
- om vi laddar en kondensator på 330pF med 20mA under 39ms så får den spänningen:  $U = Q/C = IT/C = 20mA \cdot 39\mu s / 330pF \approx 2,36V$
- om det går 1A genom en spole (induktor) på 1H så har den det magnetiska flödet 1Vs:  $\Phi = IL = 1A \cdot 1Vs/A = 1Vs$
- om vi lägger på 40V över en spole på 180μH under 18ms så uppstår strömmen:  $I = \Phi/L = UT/L = 40V \cdot 13\mu s / 180\mu H \approx 2,9A$

<sup>1</sup>Att beräkna  $e$  upphöjt till en siffra går bra, men  $e$  upphöjt till en enhet är inte definierat



Figur 4: DC spänning mot Kapacitans till vänster, och frekvens mot  $Z$  (grön/ljus) och internt motstånd (blå/mörk) till höger, ( $4,7\mu\text{F}$ ,  $16\text{V}$ , lbh:  $2\times 1,25\times 1,25\text{mm}$ )



Figur 5: Interna motstånd

Vi kommer framöver räkna med ideala komponenter om inget annat anges. Verkliga induktorer och kondensatorer avviker från det teoretiska beteendet, speciellt om man utsätter komponenten för spänningar och strömmar som ligger utanför de av tillverkaren specificerade. Som en första approximation av en verklig komponent kan man ange dess interna motstånd (även kallat “ESR”, “equivalent series resistance” på engelska), se figur 5.

En del energi försvinner på grund av det interna motståndet. För en induktor kan vi normalt bortse från  $R_L$  vid dimensioneringen av  $L$ , vi väljer en komponent med närmaste större värde och med en viss marginal i arbetsområdet och vill vi ha mer detaljerad information om beteendet kan vi i många fall simulera konstruktionen. Vi kan se det som om att beräkningarna i denna text är till för att uppskatta värden på komponenter och ge startvärden för envetuella noggrannare beräkningar. För att få en känsla på hur stor  $R_L$  kan vara kan vi titta på värdena för Bourns SRR1208-331KL. Det är en ytmonterad induktor på  $330\mu\text{H}$  där  $R_L = 0,65\Omega$  och den är konstruerad för strömmar upp till  $1\text{A}$ . Det betyder att spänningen över  $R_L$  är mindre än  $0,65 \cdot 1\text{V} = 0,65\text{V}$ . Om nu  $U_{in} = 12\text{V}$  ser vi att den spänningen är för liten för att påverka beräkningarna i någon nämnvärd grad,  $0,65/12 \approx 5\%$  vilket är mindre än tillverknings toleransen för induktorn ( $\pm 10\%$ ). Men är  $U_{in} = 2\text{V}$ , kanske vi ska välja en annan komponent.

## 1.4 Skillnader

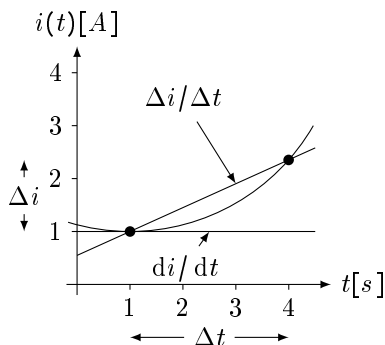
När man vill titta på skillnader över tid använder man differentier och derivator. En differens eller differential är en liten ändring (av t.ex. strömmen  $i$ ) och betecknas med ett vanligt eller grekiskt  $d$  (dvs.  $\Delta i$ ,  $di$ ,  $\partial i$ ) beroende på om det är en liten (eller stegvis), mikroskopisk (kontinuerlig) eller “partiell” (dvs. en del-) ändring. Så, för en kondensator med konstant inström  $I$ , ger en liten ändring i tiden  $\Delta t$  en liten ändring i spänningen  $\Delta u = (I/C)\Delta t$ . Ändringshastigheten blir då  $\Delta u/\Delta t = I/C$ , pss. för en spole  $\Delta i/\Delta t = U/L$ :

- om vi matar en en kondensator på  $10\mu\text{F}$  med  $1,33\text{mA}$  så ökar spänningen med:  
 $\Delta u/\Delta t = I/C = 1,33\text{mA}/(10\mu\text{As}/\text{V}) = 133\text{mV}/\text{ms}$
- om vi spänningsätter en spole på  $100\mu\text{H}$  med  $2,5\text{V}$  så ökar strömmen med:  
 $\Delta i/\Delta t = U/L = 2,5\text{V}/(100\mu\text{Vs}/\text{A}) = 25\text{mA}/\mu\text{s}$

Denna ändringshastighet kan ses som en lutning på kurvan som beskriver t.ex. strömmens utveckling över tiden. Ju snabbare förändring desto brantare kurva. Med lutning avses inte i

detta fall vilken grad man utläsa med en gradskiva, utan hur mycket  $y$  ändras när man tar ett steg i  $x$ -riktningen.  $\Delta i/\Delta t$  betyder hur mycket  $i$  ändras när  $t$  ökar med ett.

Om den pålagda strömmen/spänningen inte är konstant får vi använda derivator istället, dvs.  $du/dt = i/C$  och  $du/dt = u/L$ .  $di/dt$  är som  $\Delta i/\Delta t$  men där  $\Delta t$  är så litet som möjligt. Både  $di/dt$  och  $\Delta i/\Delta t$  kan ses som lutningen på induktorns tids-strömkurva (se figur 6), ju större värde dessa har desto brantare lutning. Som vi ser av figur 6, kommer  $\Delta i$  för högt upp på kurvan för stora  $\Delta t$ ,  $di/dt = 0$  (= horisontell), medans  $\Delta i/\Delta t \approx 1,5/4$ . Ju mindre  $\Delta t$  är desto närmare kommer  $\Delta i/\Delta t$  till  $di/dt$ .

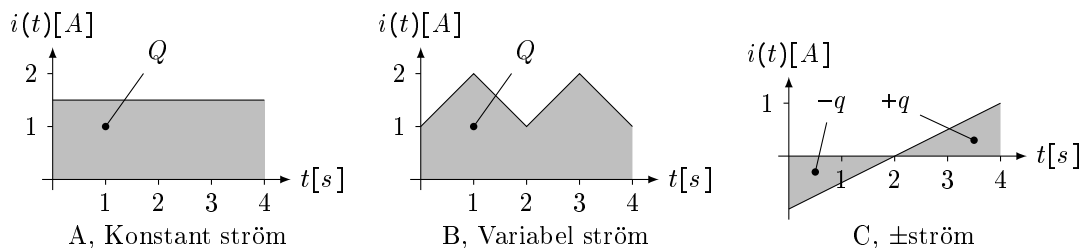


Figur 6: Skillnaden mellan differentialbråk ( $\Delta i/\Delta t$ ) och derivata ( $di/dt$ )

## 1.5 Summer

Motsatsen till skillnader är summer.  $Q = IT$  och  $\Phi = UT$  är summer över tiden. Eftersom de är skrivna med stora bokstäver avser man konstanta  $I$  resp.  $U$  eller medelvärden över tiden. Generellt lyder formlerna  $Q = \sum i_n \Delta t_n$  då  $i_n$ 'a är konstanta över tidsintervallen  $\Delta t_n$ , annars får man använda  $Q = \int i(t) dt$  och på motsvarande sätt gäller att  $\Phi = \sum u_n \Delta t_n$  alt.  $\Phi = \int u(t) dt$ .  $\sum$ , sigma, är den grekiska bokstaven för stora S, "S" som i summa, och  $\int$ , integral, är bara ett långt utdraget S, också det som i summa.

$Q$  och  $\Phi$  kan ses som ytan under tids-ström resp. tids-voltkurvorna, där ytan ovanför tidsaxeln plussas på och ytan under tidsaxeln dras bort. Som exempel ser vi att i figur 7A och 7B är den tillförda laddningen lika ( $4s \cdot 1,5A = 6As$ ). I 7C är den tillförda laddningen noll, eftersom det först gått ut  $1As$  för att sedan tillförts  $1As$ .



Figur 7: Olika ström/tid kurvor

## 1.6 Medelvärden

Det finns olika sorters "medelvärden", vad vi är intresserade av här är det vanliga s.k. "aritmetiska" medelvärdet, dvs. då man summerar och dividerar med antal värden man summerat, exempelvis  $(10 + 20)/2$ . Man kan även ta medelvärden av kurvor genom att helt enkelt räkna ut ytan under kurvan, där ytan ovanför tidsaxeln plussas på och ytan under tidsaxeln dras bort och sedan dividera det med tidsintervallet. Medelvärden kan skrivas som  $\langle x \rangle$ , dvs. med vinkelklammrar, en del använder ett streck över som i  $\bar{x}$ , det finns andra varianter också. Medelvärdet av en ström över en arbetscykel är



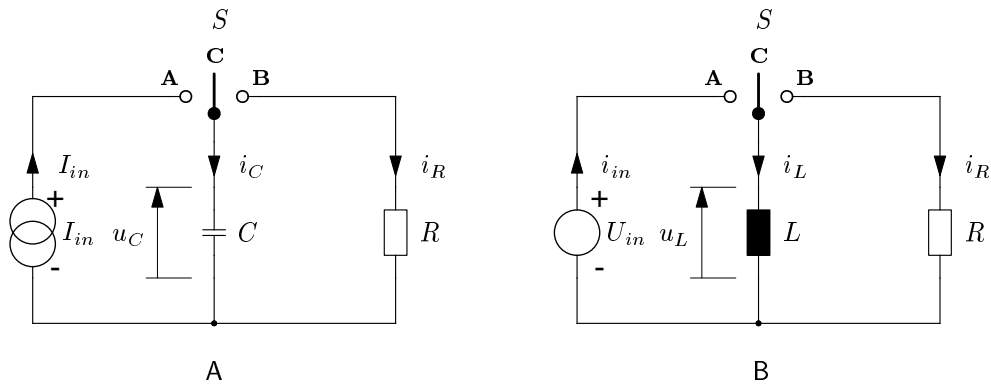
$$\langle i \rangle = \frac{\int_0^{T_s} i(t) dt}{T_s}$$

Eftersom medelvärden är summor eller integraler är  $\langle i_1 + i_2 \rangle = \langle i_1 \rangle + \langle i_2 \rangle$ . Om medelvärdet av  $i(t)$  för intervallet  $0 \dots T_1$  är  $I_M$  och  $i(t) = 0$  utanför det intervallet, så blir medelvärdet över intervallet  $0 \dots T_s$  där  $T_s > T_1$

$$\begin{aligned} \langle i \rangle &= \frac{\int_0^{T_s} i(t) dt}{T_s} = \frac{\int_0^{T_1} i(t) dt + \int_{T_1}^{T_s} i(t) dt}{T_s} \\ &= \frac{\int_0^{T_1} i(t) dt + 0}{T_s} = \frac{T_1 \int_0^{T_1} i(t) dt}{T_s T_1} \\ &= \frac{T_1 \int_0^{T_1} i(t) dt}{T_s T_1} = \frac{T_1}{T_s} I_M \end{aligned}$$

Exempelvis är medelströmmen av kurvorna i 7A och B över perioden 0 till 4s 1,5A och för 7C är den noll. Om vi däremot tar medelvärdet för 7C under tiden 2 till 4s så blir det 0,5 (ytan är  $bh/2 = (4 - 2) \cdot 1/2 = 1$ , dividerat med tidsintervallet  $(4 - 2)$  ger 0,5).

## 1.7 Energilager



Figur 8: Spänning och ström över induktorer och kondensatorer

För att se att kondensatorer och induktorer kan användas som energilager tar vi kretsarna i figur 8. Låt de från början vara tomma, dvs.  $u_C = 0$  ( $q = C u_C = 0$ ) och  $i_L = 0$  ( $\phi = L i_L = 0$ ). Vi vill nu ladda upp dem till slutspänningen  $U_C$  resp. -strömmen  $I_L$ . När vi nu ansluter den konstanta strömmen ( $I_{in}$ ) resp. spänningen ( $U_{in}$ ) genom att vrida över strömbrytaren  $S$  till steg **A**, laddas resp. komponent upp så att  $u_C(t) = I_{in} t / C$  resp.  $i_L(t) = U_{in} t / L$  efter tiden  $t$ . Den tid det då tar för att nå en viss laddningsnivå är då  $T_C(U_C) = C U_C / I_{in}$  resp.  $T_L(I_L) = L I_L / U_{in}$ .

Som vi såg i tabellen med begrepp mm. ovan, är effekt energi per tidsenhet ( $P = E/t$ , eller  $E = Pt$ ) och spänning är effekt per strömsenhet ( $U = P/I$ , eller  $P = UI$ ), får vi att den tillförda energin är  $E = UIt$  eller mer korrekt  $E = \int u(t) i(t) dt$ , eftersom  $i_C$  och  $u_L$  varierar med tiden.

För kondensatorn använder vi då att  $u(t) = u_C(t)$  och  $i(t) = I_{in}$  i formeln ovan och får  $E = \int u(t) i(t) dt = \int u_C(t) I_{in} dt$ . Vi såg ovan att  $u_C(t) = I_{in} t / C$ , det använder vi nu genast och kommer ett steg längre på vägen och med lite ommöblering blir det  $E = \int u_C(t) I_{in} dt = \int (I_{in} t / C) I_{in} dt = \int (I_{in}^2 / C) t dt$ . Inom parentesen är allt konstant, så det kan vi plocka ut det utanför integralen på detta sättet:  $E = \int (I_{in}^2 / C) t dt = (I_{in}^2 / C) \int t dt$ . Enligt formelstabellen är  $\int t dt = t^2 / 2$ . Det kan vi också se genom att tänka oss en kurva eller linje som lutar 45° och att den bildar en triangel mot  $t$ -axeln. Då är det lätt att se att dess yta är en halv kvadrat. Vi har nu  $E = (I_{in}^2 / C) T_C^2 / 2$  och då är det lämpligt att använda de vi kom fram till ovan  $T_C = U_C C / I_{in}$ , och får efter att vi sorterat upp täljare och nämnare  $E = (I_{in}^2 / C) T_C^2 / 2 = (I_{in}^2 / C) (U_C C / I_{in})^2 / 2 = (I_{in}^2 U_C^2 C^2) / (2 C I_{in}^2) = U_C^2 C / 2$ . Dvs. den lagrade energin beror på slutspänningen över kondensatorn och dess kapacitans.

På samma sätt (men lite mer kortfattat) fås att induktorns lagrade energi är:

$$\begin{aligned}
E &= \int u(t)i(t) dt = \int U_{in}i_L(t) dt = \int U_{in}(U_{in}t/L) dt = U_{in}^2/L \int t dt \\
&= (U_{in}^2/L)T_L^2/2 = (U_{in}^2/L)(I_L L/U_{in})^2/2 = (U_{in}^2 I_L^2 L^2)/(2LU_{in}^2) = I_L^2 L/2
\end{aligned}$$

I verkligheten blir värdet lite mindre, t.ex. försvinner en liten del energi bort på grund av kondensatorns resp induktorns. interna motstånd.

Om vi nu istället vrider över  $S$  till steg **B** och låter resp.  $Z$  vara ett motstånd  $R$  som vi varierar så att i kondensatorfallet, den utgående strömmen är konstant och i induktorfallet att spänningen är konstant. Då får vi samma resultat som ovan, med den skillnaden att den i komponenten lagrade energin minskar istället för att öka och att energin avges som värme i resp. motstånd  $R$ .

Vi kan istället för att justera  $R$  hålla det konstant och räkna på det istället. Följande resonemang kan kännas lite kompakt, men poängen är att vi får samma ekvation för energin som ovan. Sätt  $t = 0$  då  $S$  slås över till steg **B**. Från början är då, i induktorfallet, strömmen  $i_L(0)$  toppvärdet  $I_L$ . När strömmen från induktorn flyter genom  $R$  får vi en motspänning  $u_R(t) = Ri_R(t) = Ri_L(t)$ . Den motspänningen får strömmen att minska med  $di_L(t)/dt = -u_R(t)/L = -Ri_L(t)/L$  och det ger ekvationen  $di/dt + (R/L)i = 0$ ,  $i_L(0) = I_L$ . Lyckligtvis har någon redan löst den, och lösningen är  $i_L(t) = I_L e^{-(R/L)t}$ . Vid tiden  $t = 0$  blir  $i_L(0) = I_L e^{-(R/L) \cdot 0} = I_L$ , och precis som  $e^{-x}$  minskar för växande  $x$  och kommer strömmen att succesivt minska, så när vi integrerar måste vi integrera i all evighet, eller  $\infty$  som matematikerna säger.

Energien över  $R$  blir då

$$\begin{aligned}
E &= \int_0^\infty i_R(t)u_R(t) dt \\
&= \int_0^\infty Ri_L^2(t) dt \\
&= RI_L^2 \int_0^\infty e^{-2(R/L)t} dt \\
&= RI_L^2 (-e^{-2(R/L)t} / (2R/L)) \Big|_0^\infty \\
&= (I_L^2 L/2) (-e^{-2(R/L)t}) \Big|_0^\infty \\
&= (I_L^2 L/2)(1 - 0) \\
&= I_L^2 L/2
\end{aligned}$$

Dvs. vi får samma resultat för energin som när vi varierade motståndet. Man får liknande resultat för en kondensator.

$$\begin{aligned}
i_C(t) &= -i_R(t) \\
u_C(t) &= u_R(t) = Ri_R(t) = -Ri_C(t) \\
\frac{du_C(t)}{dt} &= \frac{1}{C} \frac{dq(t)}{dt} \\
\frac{i_C(t)}{C} &= -\frac{u_C(t)}{RC} \\
u_C(0) &= U_C \\
u_C(t) &= U_C e^{-t/(RC)} \\
E &= \int_0^\infty i_R(t)u_R(t) dt \\
&= \int_0^\infty \frac{u_C^2(t)}{R} dt \\
&= \frac{U_C^2}{R} \int_0^\infty e^{-2t/(RC)} dt \\
&= \frac{U_C^2}{R} (-e^{-2t/(RC)} / (2/(RC))) \Big|_0^\infty
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{U_C^2 C}{2} (-e^{-2t/(RC)}) \Big|_0^\infty \\
&= \frac{U_C^2 C}{2} (1 - 0) \\
&= \frac{U_C^2 C}{2}
\end{aligned}$$

Som en liten betraktelse kan vi notera att i figur 8A ökar spänningen  $u_C$  linjärt från noll till ett maximum  $U_C$  när  $S$  är i steg **A**, samtidigt som strömmen  $i_C$  är positiv och konstant. I steg **B** minskar  $u_C$  från  $U_C$  ner till noll och strömmen  $i_C$  har vänt riktning och är därför negativ.

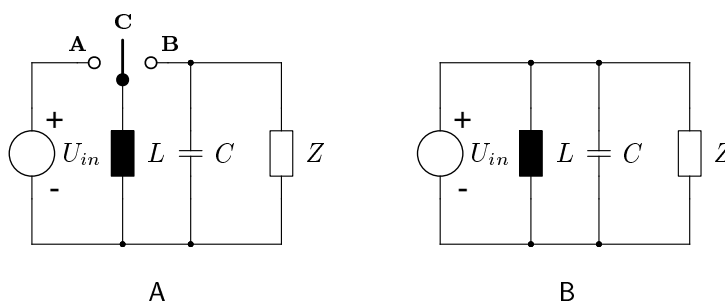
I figur 8B, hålls spänning  $u_L$  i steg **A** konstant och strömmen  $i_L$  ökar från noll till ett maximum  $I_L$ . I steg **B** fortsätter strömmen att flöda åt samma håll, men den minskar från toppvärdet ner till noll. Men eftersom nu strömmen flödar genom  $R$  underifrån kommer spänningen över  $R$  vara negativ, så ock spänningen  $u_L$ .

Så i 8A går spänningen upp till max och ner till noll och strömmen byter riktning men är konstant i resp. arbetssteg. Och i 8B går strömmen upp till max och ner till noll och spänningen byter riktning men är konstant i resp. steg.

En kondensator är spänningströg o. vänder på strömmen och en induktor är strömtrög o. vänder på spänningen.

## 1.8 Resonator

Kraftcellen i figur 2 (samma krets är återgiven i figur 9A) består av två energilager, en induktor och en kondensator och om man kopplar ihop dem som i figur 9B bildar de en resonator. En resonator är någonting som kan självsvänga, speciellt om man stimulerar den med en frekvens inom dess bandbredd, t.ex. brus från en kraftkälla.



Figur 9: Resonator

Det är en  $LCR$  oscillator (där  $L$  o.  $C$  tillsammans har ungefär samma funktion som rot i en mekanisk klocka). Några parametrar (summeriskt återgivet) för den är återgivna nedan. Ju högre godhetstal, desto smalare och högre resonansstopp, ( $\alpha$  är "alfa",  $\zeta$  är "zeta", dvs. a och z på grekiska) det kan vara bra att känna till nedanstående begrepp.

$$\begin{aligned}
f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} && \text{resonansfrekvens} \\
\alpha_0 &= \frac{1}{2RC} && \text{dämpning} \\
\zeta &= \frac{1}{2R}\sqrt{\frac{L}{C}} && \text{dämpningsfaktor} \\
B_f &= \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} && \text{bandbredd} \\
Q &= \frac{1}{B_f} = R\sqrt{\frac{C}{L}} && \text{godhetstal, Q-värde, Q-faktor}
\end{aligned}$$

## 1.9 Approximationer

Vi såg tidigare i konstruktionen i figur 8 att

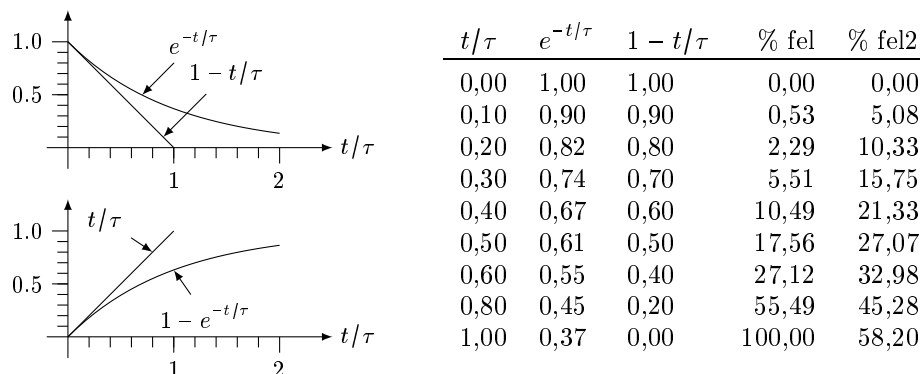
$$i_L(t) = I_L e^{-(R/L)t}$$

$$u_C(t) = U_C e^{-t/(RC)}$$

Båda dessa har formen

$$y(t) = y(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

där  $\tau = L/R$  resp.  $\tau = RC$  (grekiska bokstaven för lilla t, uttalas tau) kallas för "tidskonstanten". När  $t = \tau$  är  $y(t) \approx 0.37y(0)$ . Anledningen till att den kallas för tidskonstanten är att om tar en rät linje med samma lutning som kurvan har vid tiden noll, så skär den tidsaxeln vid tiden  $t = \tau$ , som i övre kurvan i figur 10. Kolumnen "fel2" är felet som uppstår om man använder den undre kurvan istället.



Figur 10: Tidskonstanten

De flesta elektrolytkondensatorer har en tolerans på  $\pm 10\text{--}30\%$ , keramiska X7R  $\pm 15\%$  och induktorer  $\pm 10\text{--}30\%$ . Därför finns det ingen anledning att räkna med exakta formler, det räcker att de värden man räknar fram för induktorer och kondensatorer stämmer med  $\pm 10\text{--}20\%$ . Så, om man gör ett kraftaggregat på 12V, 1A (vilket ger en lastresistans på  $12\Omega$ ) och man behöver en kondensator på  $100\mu\text{F}$ ,  $T_s$  är t.ex.  $10\mu\text{s}$  ( $100\text{kHz}$ , vilket är lite långsamt) blir tidskonstanten  $RC = 120\mu\text{s}$ . Det gör att  $t/\tau = t/(RC) < 10\mu\text{s}/120\mu\text{s} < 0.1$ , dvs. felet man gör att genom att räkna med förenklade formler är mindre än 1% i detta fall.

## 1.10 Stabil arbetscykel

Om vi regelbundet växlar  $S$  mellan arbetsstegen  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$  (och ev.  $\rightarrow \mathbf{C}$ ) och så tillbaka till  $\mathbf{A}$  osv., så har vi ett händelseförlopp som upprepar sig, en arbetscykel. När vi gör så och alla värden (i vårt fall ström, spänning, energi, mm.) är densamma när cykeln/förloppet börjar som när den/det slutar, då är den oföränderlig i det stora hela (mellan cyklerna) även om det kan ske stora ändringar i det lilla (inom en cykel). Allting behöver inte vara oföränderligt, då vore det ingen mening med det hela, t.ex. en bensinmotor förbrukar bensin och får en bil att flytta på sig, men själva arbetsprocessen motorn använder är oföränderlig. Eftersom oföränderlig är så långt ord kan det vara lämpligt att använda ordet "stabil" istället.

För en spänningsomvandlare vill vi givetvis att energi ska flyttas från den ena sidan till den andra, dvs. att ström ska flyta och laddningar (elektroner) ska vandra. Men samtidigt vill vi att in- och ut spänningen ska vara oföränderliga, att i omvandlaren lagrad energi inte ska öka eller minska, dvs. i stort sett vara konstant.

Så, om vi tittar på den i komponenten lagrade energin och vill att den ska vara konstant mellan cyklerna (men inte nödvändigtvis inom cykeln), då har vi att energin vid början av cykel nr. a ska vara lika med energin vid början av vilken cykel som helst, t.ex. nr. b, dvs.  $E_a = E_b$ . (Pilen i  $A \Rightarrow B$  betyder att om  $A$  gäller så gäller också  $B$ , men inte nödvändigtvis tvärtom. Pilen i  $A \Leftrightarrow B$  betyder att både  $A$  och  $B$  gäller eller så gäller ingen av dem.)

För en kondensator:

$$U_a^2 C/2 = E_a = E_b = U_b^2 C/2 \iff U_a = U_b \iff Q_a = CU_a = CU_b = Q_b$$

så räcker det att visa att spänningen (antalet volt) över kondensatorn eller dess laddning (antalet ampere sekunder) är oförändrad så har den samma energiinnehåll. Energin är också samma om spänningen bytt tecken, som om man vänt uppochner på kondensatorn, men då har vi inte samma tillstånd före som efter. Eftersom laddning är ström som summerats över tid, eller

$$Q = \int i dt$$

så innebär  $Q_b - Q_a = 0$  att

$$0 = Q_b - Q_a = \int_a^b i(t) dt$$

och om vi tänker tillbaka till stycket om medelvärde, så ser vi att

$$\langle i(t) \rangle = \frac{\int_a^b i(t) dt}{b - a} = 0$$

dvs. att strömmens medelvärde är noll över en cykel innebär att vi har en stabil arbetscykel (för en kondensator).

På liknade sätt för en induktor:

$$I_a^2 L/2 = E_a = E_b = I_b^2 L/2 \iff I_a = I_b \iff \Phi_a = LI_a = LI_b = \Phi_b \iff \langle u \rangle = 0$$

så räcker det att visa att strömmen (antalet ampere) genom induktorn eller dess magnetiska flöde (antalet voltsekunder) är oförändrad cykel till cykel eller att medelvärdet av spänningen över induktorn är noll, så har den samma energiinnehåll. Energin är också samma om strömmen bytt tecken, som om man vänt uppochner på induktorn, men vi ville ju också att den ska vara samma från cykel till cykel.

Att  $Q$  resp.  $\Phi$  inte ändras från cykel till cykel innebär (som vi såg ovan) att integralerna  $\langle i \rangle = \Delta q = \int i(t) dt = 0$  resp.  $\langle u \rangle = \Delta \phi = \int u(t) dt = 0$  över en cykel, dvs. kurvorna  $i(t)$  resp.  $u(t)$  sveper över lika mycket yta under som över tidsaxeln, ungefär som i figur 7C. Vi kallar det för laddnings- resp. voltsekundsjämvikt.



## 2.2 Uppstart

### 2.2.1 K1

Vid uppstart av K1 är  $U_{ut}$  noll så oberoende om  $S$  står i **A** eller **B**, så laddas  $L$  upp, det vill säga, den pålagda spänningen gör att  $i_L$  kommer att öka från noll till allt större positiva värden. När  $i_L$  ökar så kommer också  $i_{ut}$  att öka och därmed spänningen över  $Z$ , men så länge utspänningen är mindre än inspänningen kommer det alltid att vara en positiv spänning över  $L$  och dess ström kommer att öka och eftersom  $i_L$  alltid är större än noll i detta fall används inte steg **C**. Vi kan se det genom att i steg **B** är  $U_{in} = u_L + u_{ut}$  vilket är detsamma som  $u_L = U_{in} - u_{ut}$ , och så länge  $u_{ut} < U_{in}$  kommer  $u_L > 0$ . Så, för att komma upp i den stabila arbetscykeln, måste  $i_L$  kunna sjunka ner till utgångsvärdet, det värdet som var i början av cykeln. Och för att  $i_L$  ska minska måste  $u_L < 0$ , och då måste  $U_{in} < u_{ut}$ . Alltså, utspänningen måste vara större än inspänningen så länge kraftcellen är i stabil drift.

### 2.2.2 K2

Till skillnad från K1 så ökar inte utspänningen i arbetssteget **B** utan den spänning som  $L$  ser i **B** är negativ så fort  $i_L > 0$  vilket tvingar ner  $i_L$ . Det enda steget där utspänningen kan öka är **A** och om  $S$  permanent skulle stå i **A** så blir utspänningen  $U_{in}$ . Dvs. för kraftcell K2, är utspänningen som mest lika stor som inspänningen.

### 2.2.3 K3

För kraftcell K3 ser vi att  $u_L = u_{ut}$  i arbetssteg **B**, samtidigt är  $i_{ut} = -i_L$ . Så eftersom  $i_L$  är positiv så blir utströmmen negativ och är utströmmen negativ blir utspänningen också negativ.

## 2.3 Driftsnivåer

Det finns två driftsnivåer, ett där strömmen bara flyter en del av tiden, och ett där det flyter en ström genom induktorn hela tiden, dvs. om induktorn arbetar del- eller heltid. Men det kan vara praktiskt att införa ett tredje som är gränsen mellan dessa två nivåer. Låt oss kalla dem del-, gräns- och helsdriftsnivåer. I figur 12 finns exempel på dessa nivåer.

I deldriftsnivån är  $T_2 < T_s$ , vilket innebär att  $\min i_L = 0$ . I heldriftsnivån är  $i_L > 0$ , vilket innebär att  $T_2 = T_s$ . Gränsen mellan dessa två nivåer är när  $\min i_L = 0$  och  $T_2 = T_s$ , så vid gränsdrift gäller att  $1 = T_s/T_s = T_2/T_s = T_1/T_s + (T_2 - T_1)/T_s$ .

Om vi låter " $\leq$ " resp. " $\geq$ " betyda " $<$ " resp. " $>$ " vid deldrift och " $=$ " vid gräns- och heldrift, så kan vi skriva " $x \leq y$ " och det betyder att  $x$  är mindre än  $y$  vid deldrift och lika med  $y$  i övrigt.

## 2.4 Praktiska mått

### 2.4.1 Tider

Eftersom kraftcellerna är taktstyrda med en cykeltid på  $T_s$  är det praktiskt att införa beteckningar för när  $S$  stegar fram. Låt oss då säga att  $S$  går till steg **A** vid tiden  $t = T_0 = 0$ , slås över i **B** vid tiden  $t = T_1$  för att åter gå över i **A** vid tiden  $t = T_s$  och därmed avsluta en arbetscykel för att börja en ny. Det kan ev. finnas ett arbetssteg **C** också, med en tidpunkt  $t = T_2$  mellan  $T_1$  och  $T_s$  som är tiden då strömmen genom  $L$  går ner till noll eller tillräckligt nära noll för att kunna bortses ifrån. Vi betraktar då  $i_L$  (strömmen genom induktorn) som noll mellan  $T_2$  och  $T_s$ .  $T_1$  skulle givetvis kunna vara noll och  $T_2 = T_1$ , men de fallen är inte så intressanta eftersom vi då inte skulle ha någon energiöverföring. Dessutom är det praktiskt om inget av  $T$ -na kan vara noll för då kan vi dividera med dem när vi löser ekvationer. Vi har:

$$0 < T_1 < T_2 \leq T_s$$

Det är också praktiskt att beteckna hur stor del de olika stegen tar upp av en arbetscykel:

$$0 < P_A = \frac{T_1}{T_s} < 1 \quad 0 < P_B = \frac{T_2 - T_1}{T_s} < 1$$

och hur stor del av en cykel in- resp. utgången är kopplad till induktorn:

$$P_{in} = \begin{cases} P_A + P_B & \text{för K1} \\ P_A & \text{för K2} \\ P_A & \text{för K3} \end{cases}$$

$$P_{ut} = \begin{cases} P_B & \text{för K1} \\ P_B + P_A & \text{för K2} \\ P_B & \text{för K3} \end{cases}$$

$P_{in}$  kan också skrivas som  $P_{in} = P_A + k_B P_B$  där:

$$k_B = \begin{cases} 1 & \text{för K1} \\ 0 & \text{för K2} \\ 0 & \text{för K3} \end{cases}$$

Dito  $P_{ut} = P_B + k_A P_A$ :

$$k_A = \begin{cases} 0 & \text{för K1} \\ 1 & \text{för K2} \\ 0 & \text{för K3} \end{cases}$$

### 2.4.2 Spänningar

$U_A$  låter vi vara den spänning som verkar över  $L$  i **A**, dito  $U_B$  i **B**:

$$u_L = \begin{cases} U_A > 0 & \text{för A} \\ U_B < 0 & \text{för B} \\ 0 & \text{för C} \end{cases}$$

Vi har valt att  $U_{in}$  ska vara positiv och då blir också  $U_A$  positiv.  $U_A$  är den spänning som verkar på induktorn och laddar upp den och  $U_B$  är den spänning som verkar på induktorn och laddar ur den. Eftersom  $U_A$  är positiv måste  $U_B$  vara negativ, det är för att induktorn ska kunna laddas ur och konstruktionen måste vara gjord så att det villkoret uppfylls.

$$U_A = \begin{cases} U_{in} & \text{för K1} \\ U_{in} - U_{ut} & \text{för K2} \\ U_{in} & \text{för K3} \end{cases}$$

$$U_B = \begin{cases} U_{in} - U_{ut} & \text{för K1} \\ -U_{ut} & \text{för K2} \\ U_{ut} & \text{för K3} \end{cases}$$

Eftersom vi förutsätter att  $U_{in} \neq 0$ ,  $U_{ut} \neq 0$  och  $U_{ut} \neq U_{in}$  (annars har vi ingen kraftomvandling), så är också  $U_A$  och  $U_B$  skilda från noll.

### 2.4.3 Strömmar

För att beräkna in- och utströmmar använder vi formlerna  $I_{in} = i_{C_{in}} + i_{L_{in}}$  för ingången och  $i_{L_{ut}} = I_{ut} + i_{C_{ut}}$  för utgången utom för K3 där  $-i_{L_{ut}} = I_{ut} + i_{C_{ut}}$ . Så för att få samma formel även för K3 använder vi istället  $k_t i_{L_{ut}} = I_{ut} + i_{C_{ut}}$  där

$$k_t = \begin{cases} +1 & \text{för K1} \\ +1 & \text{för K2} \\ -1 & \text{för K3} \end{cases}$$

Eftersom  $k_t$  bara kan anta plus eller minus ett är  $k_t^2 = 1$  och  $k_t = 1/k_t$ .

### 2.4.4 Annat

Vi kan ha nytta, som vi ska se framöver, av att införa:

$$I_A = \frac{U_A}{L} T_s \quad I_B = \frac{U_B}{L} T_s$$



$$I_M = \frac{\max i_L + \min i_L}{2}$$

$$M_L = \frac{-U_B}{U_A}$$

### 2.4.5 Konstanter

När vi ska undersöka vad som beror på vad väljer vi två variabler, håller allting annat som inte beror på dessa variabler konstant, och försöker sedan hitta samband mellan dessa två variabler. I denna text betraktar vi för det mesta  $U_{in}$ ,  $U_{ut}$ ,  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $T_s$ ,  $f_s$ ,  $M$ ,  $M_L$  som konstanter.

## 2.5 Vad vill vi få reda på

När vi undersöker kraftcellerna i figur 11 vill vi se vilka strömmar genom och spänningar över komponenterna som antas för olika värden på  $U_{in}$ ,  $U_{ut}$ ,  $I_{ut}$ ,  $f_s = 1/T_s$ ,  $C_{in}$ ,  $C_{ut}$  och  $L$ . För att styra kraftcellen vi veta hur  $M$  beror på  $P_A$  eftersom  $P_A$  är det vi styr den med. Men här vi är mest intresserade av hur vi ska dimensionera  $L$ ,  $C_{in}$  och  $C_{ut}$ . För dens skull vill vi beräkna:

1.  $I_{gr}$ , den utström som får kraftcellen att arbeta på gränsvån
2.  $L_{gr}$ , den induktans, för given utström, som får kraftcellen att arbeta på gränsvån
3.  $i_{Lpp}$ , variationen i ström genom induktorn
4. variationen av spänning över kondensatorerna, speciellt den på utgången

I litteraturen söker man ofta lösning på:

$$M = \frac{U_{ut}}{U_{in}}$$

som en funktion av  $P_A$ .

## 2.6 Funktion i det lilla

Vi har som vi sett ovan, tre olika kraftceller, tre driftsnivåer och tre arbetssteg. det blir en massa kombinationer...

Det som skiljer mellan kraftcellerna är de olika värdena för  $U_A$ ,  $U_B$ ,  $P_{in}$  och  $P_{ut}$ . Det som skiljer mellan driftsnivåerna är om  $\min i_L = 0$  eller ej och om  $T_2 < T_s$  eller ej. Det som skiljer mellan arbetsstegen är om  $L$  laddas upp, ur eller är i vila. Så låt oss avakta med skillnaden mellan kraftcellerna och se vilka gemensamma drag vi kan hitta.

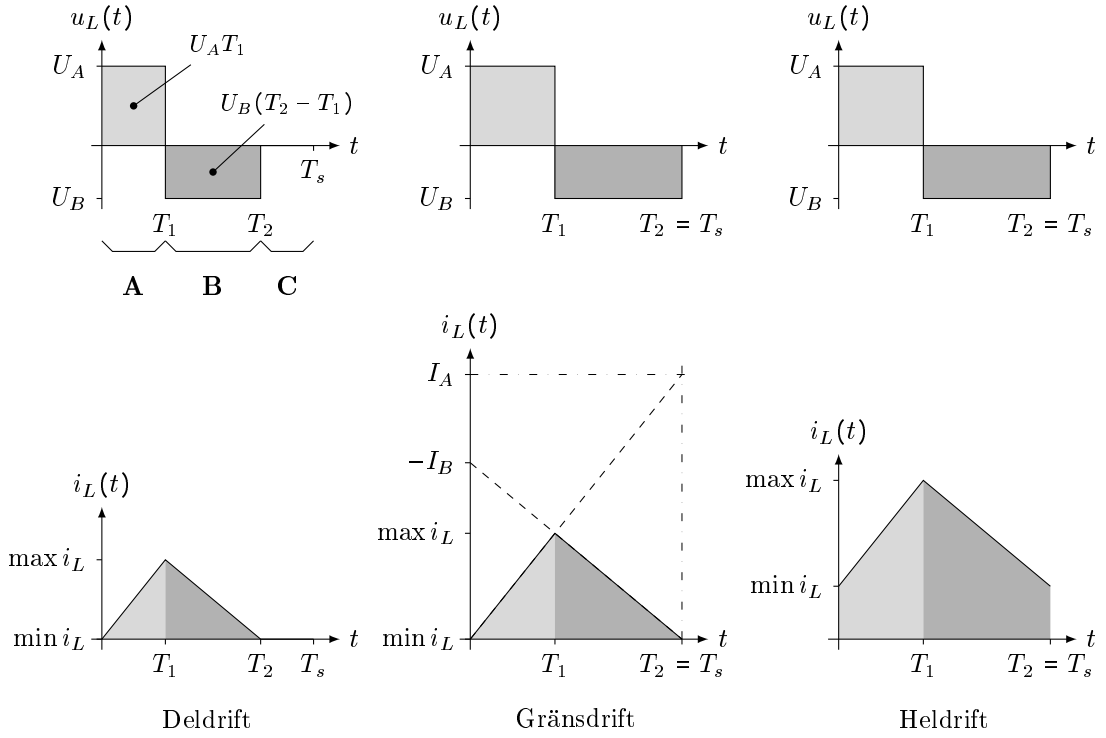
Som vi kan se i figur 12, har vi tre kolumner, en för resp. driftsnivå. I spänningsdiagrammet för deldrift (det övre vänstra) är arbetsstegen **A**, **B** och **C** inritade längs tidsaxeln, dessutom är voltsekundformlerna ( $U_A T_s$  och  $U_B (T_2 - T_1)$ ) angivna. I alla kurvorna i denna figur är **A**-steget markerat med ljusgrått och **B**-steget med mörkgrått.

Eftersom voltsekunderna summerar till noll i en stabil cykel blir också strömstyrkan densamma ( $\min i_L$ ) före som efter arbetscykeln.

I den övre raden med spänningsdiagram, ser vi att  $U_A > 0$  resp.  $U_B < 0$  är lika stora för alla driftsnivåer, den enda skillnaden är att de får verka längre tid i gräns- och heldrift. Det innebär att skillnaden mellan minsta och största strömstyrkan är mindre i deldriftsfallet. Vi ser också att i strömdiagrammet för gränsdrift är  $I_A$  och  $-I_B$  inritade och att de är förlängningen av resp. del av strömkurvan. Skillnaden mellan gräns- och heldrift är att i heldrift ligger strömkurvan högre upp, men i övrigt är de lika.

Om vi nu ska titta närmare på detta kan vi observera att  $U_{in}$  och  $U_{ut}$  är konstanta,  $U_{in}$  därför vi valt en utopiskt konstant kraftkälla (vi har gjort det lätt för oss) som vi visserligen försämrat genom att förse den med ett internt motstånd (annars skulle vi inte behöva  $C_{in}$ ) och  $U_{ut}$  därför att det är det vi vill ha, och det är vårt jobb som konstruktörer att se att det också blir så. När in- och utspänningarna är konstanta så är  $U_A$  och  $U_B$  det också. Och eftersom  $U_A$  är konstant, blir strömökningen i steg **A** konstant, dito  $U_B$  och strömsänkningen i steg **B**. Därför är lutningen på ström kurvorna lika i alla tre driftsnivåerna.

För att studera detta behöver vi ta fram formlerna för strömmen i resp. arbetssteg:



Figur 12: Driftsnivår och arbetssteg

$$\begin{aligned}
 i_L(t) &= \min i_L + \frac{U_A}{L}t = \min i_L + I_A \frac{t}{T_s} & \mathbf{A}, 0 \leq t \leq T_1 \\
 i_L(t) &= \max i_L + \frac{U_B}{L}(t - T_1) = \max i_L + I_B \frac{t - T_1}{T_s} & \mathbf{B}, T_1 \leq t \leq T_2 \\
 i_L(t) &= 0 & \mathbf{C}, T_2 \leq t \leq T_s
 \end{aligned}$$

dvs.

$$i_L(0) = i_L(T_2) = i_L(T_s) = \min i_L \leq i_L(t) \leq i_L(T_1) = \max i_L$$

I del- och gränsdrift är  $\min i_L = 0$ .

För att hitta strömökningen undersöker vi strömmens värde vid  $T_1$  och  $T_2$

$$\begin{aligned}
 i_L(T_1) &= \max i_L = \min i_L + T_1 U_A / L \\
 &= \min i_L + T_1 / T_s \cdot U_A T_s / L \\
 &= \min i_L + P_A I_A \\
 i_L(T_2) &= i_L(0) = \min i_L = \max i_L + (T_2 - T_1) U_B / L \\
 &= \max i_L + (T_2 - T_1) / T_s \cdot U_B T_s / L \\
 &= \max i_L + P_B I_B
 \end{aligned}$$

Från dessa ovanstående två ekvationer kan vi få fram induktorströmmens variation ( $i_{Lpp}$ ):

$$\begin{aligned}
 i_{Lpp} &= \max i_L - \min i_L = \frac{U_A T_1}{L} = \frac{T_1}{T_s} \frac{U_A}{L} T_s = P_A \frac{U_A}{L} T_s = P_A I_A < I_A \\
 i_{Lpp} &= \max i_L - \min i_L = \frac{-U_B (T_2 - T_1)}{L} = \frac{T_2 - T_1}{T_s} \frac{-U_B}{L} T_s = P_B \frac{-U_B}{L} T_s = -P_B I_B < -I_B
 \end{aligned}$$

$I_A$  och  $I_B$  sätter alltså en gräns på hur stor strömändringen som kan ske under en cykel och hur snabbt vår konstruktion kan reagera på förändringar. Det är det värde vi får om  $P_A$  resp.  $P_B$  vore 1 — som om  $S$  vore ställd i position **A** resp. **B** under en hel arbetscykel. Ekvationerna sammantaget ger oss att:

$$i_{Lpp} = P_A I_A = \frac{U_A}{L} T_1 = -\frac{U_B}{L} (T_2 - T_1) = -P_B I_B$$

eller (om vi inför ett  $M_L$ )

$$M_L = \frac{-U_B}{U_A} = \frac{T_1}{T_2 - T_1} = \frac{T_1/T_s}{(T_2 - T_1)/T_s} = \frac{P_A}{P_B} = \frac{-I_B}{I_A} > 0$$

Därför följer att

$$P_A U_A = -P_B U_B$$

$$\frac{U_A}{I_A} = \frac{U_B}{I_B}$$

och

$$P_{in} = P_A + k_B P_B = (M_L + k_B) P_B = \frac{M_L + k_B}{M_L} P_A$$

$$P_{ut} = P_B + k_A P_A = (1 + k_A M_L) P_B = \frac{1 + k_A M_L}{M_L} P_A$$

Vi vet att:

$$0 < T_1 < T_2 \leq T_s$$

det ger

$$0 < T_1 + (T_2 - T_1) \leq T_s$$

$$0 < P_A + P_B \leq 1$$

$$0 < P_A + P_B = M_L P_B + P_B = (1 + M_L) P_B = P_A + \frac{P_A}{M_L} = P_A \frac{1 + M_L}{M_L} \leq 1$$

eller

$$0 < P_B \leq \frac{1}{1 + M_L} \quad 0 < P_A \leq \frac{M_L}{1 + M_L}$$

Det betyder att  $i_{Lpp}$  kan variera mellan noll och en bestämd övre gräns (som vi kan kalla  $I_{LPP}$ ):

$$0 < i_{Lpp} \leq \frac{-I_B}{1 + M_L} = \frac{-U_B T_s}{(1 + M_L) L} = \frac{M_L U_A T_s}{(1 + M_L) L} = I_{LPP}$$

och vi kan se att, i gräns- och heldrift,  $P_A = M_L / (1 + M_L)$ ,  $P_B = 1 / (1 + M_L)$  och  $i_{Lpp} = I_{LPP}$  är konstanta. Vi vet också att vi har en stabil arbetscykel så  $\langle i_{C_{in}} \rangle = \langle i_{C_{ut}} \rangle = 0$ .

Under stycket om praktiska mått införde vi  $I_M$ .  $I_M$  är medelvärdet av induktorströmmen under tiden 0 till  $T_1$ ,  $T_1$  till  $T_2$  eller om vi så vill under hela tiden 0 till  $T_2$ . Det framgår av strömdiagrammen i figur 12. Vi har också måtten  $P_{in}$  och  $P_{ut}$  som beskriver hur lång tid in- resp. utgången är ansluten till induktorn. Och vi går tillbaka till avsnittet om medelvärden så inser vi att

$$I_{in} = P_{in} I_M$$

$$k_t I_{ut} = P_{ut} I_M$$

eller skrivet i annan form

$$I_{in} = P_{in} I_M$$

$$= (P_A + k_B P_B) I_M = (M_L + k_B) P_B I_M$$

$$= \frac{M_L + k_B}{M_L} P_A I_M = \left(1 + \frac{k_B}{M_L}\right) P_A I_M$$

$$k_t I_{ut} = P_{ut} I_M$$

$$= (P_B + k_A P_A) I_M = (1 + k_A M_L) P_B I_M$$

och om vi vänder på det

$$I_M = \frac{M_L}{(M_L + k_B) P_A} I_{in}$$

$$= \frac{1}{(1 + k_A M_L) P_B} k_t I_{ut}$$

Eftersom

$$M = \frac{U_{ut}}{U_{in}} = \frac{I_{in}}{I_{ut}}$$

är

$$M = \frac{P_{in} I_M}{k_t P_{ut} I_M} = \frac{P_{in}}{k_t P_{ut}}$$

eller med andra ord

$$k_t U_{ut} P_{ut} = U_{in} P_{in}$$

Vi är speciellt intresserade av  $I_{ut}$  eftersom det är en designparameter och hur  $P_B$  beror på den:

$$\begin{aligned} k_t I_{ut} &= P_{ut} I_M = P_{ut} \frac{\min i_L + \max i_L}{2} \\ &= P_{ut} \left( \min i_L + \frac{i_{Lpp}}{2} \right) \\ &= (1 + k_A M_L) P_B \left( \min i_L + \frac{-I_B P_B}{2} \right) \\ &= (1 + k_A M_L) P_B \min i_L + (1 + k_A M_L) \frac{-I_B}{2} P_B^2 \end{aligned}$$

Det kan vara bra att ha en liknande formel för inströmmen och  $P_A$ :

$$\begin{aligned} I_{in} &= P_{in} I_M = \frac{(M_L + k_B) P_A}{M_L} \left( \min i_L + \frac{I_A P_A}{2} \right) \\ &= (M_L + k_B) \frac{P_A}{M_L} \min i_L + (M_L + k_B) \frac{I_A}{2 M_L} P_A^2 \end{aligned}$$

Vi vet att:

$$0 < P_B \leq \frac{1}{1 + M_L}$$

och därav följer att:

$$P_B^2 \leq \frac{1}{(1 + M_L)^2}$$

och i förlängningen:

$$(1 + k_A M_L) \frac{-I_B}{2} P_B^2 \leq -I_B \frac{1 + k_A M_L}{2(1 + M_L)^2}$$

Vi kan nu definiera tre värden:

$$\begin{aligned} 0 < a &= P_{ut} = (1 + k_A M_L) P_B \\ 0 < b &= \frac{-I_B P_{ut} P_B}{2} = (1 + k_A M_L) \frac{-I_B}{2} P_B^2 \\ 0 < B &= -I_B \frac{1 + k_A M_L}{2(1 + M_L)^2} \end{aligned}$$

där  $b \leq B$ , och vi kan skriva  $I_{ut}$  som:

$$k_t I_{ut} = a \min i_L + b \leq a \min i_L + B$$

### 2.6.1 Deldrift

I deldrift är  $\min i_L = 0$  och

$$k_t I_{ut} = b < B$$

Eftersom  $0 < P_B$  kan vi lösa ut  $P_B$  och få:

$$\begin{aligned} P_B &= \sqrt{\frac{2k_t I_{ut}}{-I_B(1 + k_A M_L)}} \\ &= \sqrt{\frac{2k_t I_{ut} L}{(-U_B) T_s (1 + k_A M_L)}} \\ P_A &= M_L P_B = \frac{-U_B}{U_A} \sqrt{\frac{2k_t I_{ut}}{-I_B(1 + k_A M_L)}} = \sqrt{\frac{(-U_B)^2 2k_t I_{ut} L}{U_A^2 (-U_B) T_s (1 + k_A M_L)}} \\ &= \sqrt{\frac{-U_B 2k_t I_{ut} L}{U_A^2 (1 + k_A M_L) T_s}} \end{aligned}$$

För inströmmen och  $P_A$  har vi också:

$$I_{in} = (M_L + k_B) \frac{I_A}{2 M_L} P_A^2$$

$$\begin{aligned}
P_A &= \sqrt{\frac{2M_L I_{in}}{(M_L + k_B)I_A}} \\
&= \sqrt{\frac{2M_L I_{in} L}{U_A T_s (M_L + k_B)}}
\end{aligned}$$

### 2.6.2 Gränsdrift

I gränsdrift gäller  $b = B$  och att  $\min i_L = 0$ , dvs.:

$$k_t I_{ut} = b = B$$

Eftersom  $\min i_L = 0$  gäller samma formler för  $P_A$  och  $P_B$  som för deldrift, dessutom har vi sedan tidigare att:

$$\begin{aligned}
P_B &= \frac{1}{1 + M_L} \\
P_A &= \frac{M_L}{1 + M_L}
\end{aligned}$$

### 2.6.3 Heldrift

I heldrift är  $b = B$  och  $\min i_L > 0$

$$k_t I_{ut} = a \min i_L + B > B$$

$$\begin{aligned}
P_B &= \frac{1}{1 + M_L} \\
P_A &= \frac{M_L}{1 + M_L}
\end{aligned}$$

### 2.6.4 Gränsströmmen

Vi nämnde tidigare att vi sökte den ström som får kraftcellen att arbeta på gränsnivån. Vi ser här att det finns ett värde  $B$  där

$$k_t I_{ut} \begin{cases} < B & \text{för deldrift} \\ = B & \text{för gränsdrift} \\ > B & \text{för heldrift} \end{cases}$$

$B$  (plus ev. tecken) är alltså den sökta gränsströmmen  $I_{gr}$ :

$$k_t I_{gr} = B = -I_B \frac{1 + k_A M_L}{2(1 + M_L)^2} = -U_B T_s \frac{1 + k_A M_L}{2L(1 + M_L)^2}$$

### 2.6.5 Gränsinduktanser

Omvänt är det också intressant att hitta vilken induktans ( $L_{gr}$ ) som ger gränsdrift för en given ström. För gränsdrift har vi enl. ovan:

$$k_t I_{ut} = -I_B \frac{(1 + k_A M_L)}{2(1 + M_L)^2} = \frac{-U_B T_s (1 + k_A M_L)}{2L(1 + M_L)^2}$$

Dito, för  $I_{in}$ :

$$I_{in} = (M_L + k_B) \frac{I_A}{2M_L} P_A^2 = \frac{I_A (M_L + k_B) M_L}{2(1 + M_L)^2} = \frac{U_A T_s (M_L + k_B) M_L}{2L(1 + M_L)^2}$$

Vår gränsinduktans blir då:

$$\begin{aligned}
L_{gr} = L &= \frac{-U_B T_s P_{ut} P_B}{2k_t I_{ut}} = \frac{-U_B T_s (1 + k_A M_L)}{2k_t I_{ut} (1 + M_L)^2} \\
&= \frac{U_A T_s P_{in} P_A}{2I_{in}} = \frac{U_A T_s (M_L + k_B) M_L}{2I_{in} (1 + M_L)^2}
\end{aligned}$$

För heldrift kan vi också behöva veta vilken induktans  $L_k$  (låt  $k$  stå för procent, så  $k = 20$  avser 20% = 20/100), för givet  $I_{ut}$ , som behövs för att strömvariationen ( $I_{Lpp}/2$ ) ska begränsas till en viss procent av medelströmmen ( $I_M$ ) genom induktorn

$$\frac{k}{100} = \frac{I_{LPP}/2}{I_M} = \frac{-U_{ut}P_B T_s / L_k}{k_t I_{ut} / P_{ut}} = \frac{-U_{ut}P_{ut}P_B T_s}{k_t I_{ut} L_k}$$

och om vi byter plats på  $L_k$  och  $k/100$ :

$$L_k = 100 \frac{-U_{ut}P_{ut}P_B T_s}{k_t I_{ut} k}$$

Vi ser att

$$\frac{L_k}{L_m} = \frac{m}{k}$$

så

$$L_k = \frac{m}{k} L_m$$

Nu vet vi att i gränsvån är  $\min i_L = 0$  och  $\max i_L = i_{LPP}$ , så för gränsvån gäller:

$$I_M = \frac{\min i_L + \max i_L}{2} = \frac{I_{LPP}}{2}$$

dvs.  $L_{100} = L_{gr}$ , vilket ger

$$L_k = \frac{100}{k} L_{gr}$$

Alltså:

$$L_{20} = 5L_{gr}$$

## 2.7 Hur $I_{Lpp}$ beror på $L$

I deldrift är

$$I_{Lpp} = P_A I_A = \frac{U_A T_s}{L} \sqrt{\frac{2M_L I_{in} L}{U_A T_s (M_L + k_B)}} = \sqrt{\frac{2M_L U_A T_s I_{in}}{(M_L + k_B)L}}$$

Alt.

$$I_{Lpp} = -P_B I_B = \frac{-U_B T_s}{L} \sqrt{\frac{2k_t I_{ut} L}{-U_B T_s (1 + k_A M_L)}} = \sqrt{\frac{2(-U_B) T_s k_t I_{ut}}{(1 + k_A M_L)L}}$$

I gräns- och heldrift är

$$I_{Lpp} = I_{LPP} = \frac{M_L U_A T_s}{(1 + M_L)L} = \frac{-U_B T_s}{(1 + M_L)L}$$

Dvs.  $i_{Lpp}$  minskar med ökande  $L$ .

## 2.8 Hur $I_M$ beror på $L$

I deldrift är

$$I_M = I_{Lpp}/2 = \sqrt{\frac{M_L U_A T_s I_{in}}{2(M_L + k_B)L}} = \sqrt{\frac{(-U_B) T_s k_t I_{ut}}{2(1 + k_A M_L)L}}$$

I gräns- och heldrift är

$$P_A = \frac{M_L}{1 + M_L}$$

$$I_M = \frac{I_{in}}{P_{in}} = \frac{M_L I_{in}}{(M_L + k_B)P_A} = \frac{1 + M_L}{M_L + k_B} I_{in}$$

Alternativt

$$P_B = \frac{1}{1 + M_L}$$

$$I_M = \frac{k_t I_{ut}}{P_{ut}} = \frac{k_t I_{ut}}{(1 + k_A M_L)P_B} = \frac{1 + M_L}{1 + k_A M_L} k_t I_{ut}$$

Dvs.  $I_M$  minskar med ökande  $L$  i deldrift och är oberoende av  $L$  i övrigt.

## 2.9 Hur $\max i_L$ beror på $L$

I del- och gränsdrift är

$$\max i_L = I_{LPP} = \sqrt{\frac{2(-U_B)T_s k_t I_{ut}}{(1 + k_A M_L)L}} = \sqrt{\frac{2M_L U_A T_s I_{in}}{(M_L + k_B)L}}$$

I gräns- och heldrift är

$$\begin{aligned} \max i_L &= I_M + I_{LPP}/2 \\ &= \frac{1 + M_L}{1 + k_A M_L} k_t I_{ut} + \frac{(-U_B)T_s}{2(1 + M_L)L} \\ &= \frac{1 + M_L}{M_L + k_B} I_{in} + \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L)L} \end{aligned}$$

Dvs.  $\max i_L$  minskar med ökande  $L$  men begränsas nedåt av  $I_M$ .

## 2.10 Hur $\min i_L$ beror på $L$

I del- och gränsdrift är

$$\max i_L = 0$$

I gräns- och heldrift är

$$\begin{aligned} \min i_L &= I_M - I_{LPP}/2 \\ &= \frac{1 + M_L}{1 + k_A M_L} k_t I_{ut} - \frac{(-U_B)T_s}{2(1 + M_L)L} \\ &= \frac{1 + M_L}{M_L + k_B} I_{in} - \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L)L} \end{aligned}$$

Dvs.  $\min i_L$  är noll i deldrift och ökar med ökande  $L$  men begränsas uppåt av  $I_M$ .

## 2.11 Den lagrade energin i $L$

En spole byggs upp av något magnetiskt ledande material som man låter linda ett antal varv isolerad koppartråd på. Det magnetiska ledande materialet består någon järnförening.<sup>2</sup> Det magnetiska materialet kallas för induktorns järn-, ferrit- eller magnetkärna och finns i olika (geometriska) utföranden, s.k. kärntyper, och det finns olika tillbehör för att underlätta lindningen av koppartråden och montering av delar. "Koppartråden" kan vara rund, rektangulär, platt eller utförd på något annat sätt. t.ex. som ett ledningsmönster på ett kretskort.

Ofta kan det vara intressant att hitta den minsta storleken för konstruktionen man gör för givet material och typ; storleken avgör hur mycket energi man kan lagra i induktorn.

Som vi såg i stycket om energilager är den lagrade energin i en spole:

$$E_L = \frac{I_L^2 L}{2}$$

där  $I_L = \max i_L$  är den maximala strömmen genom spolen.

---

<sup>2</sup>Den kemiska beteckningen för järn är Fe efter latinets Ferrum och en viktig klass av dessa magnetiskt ledande material kallas för ferriter.

### 2.11.1 Del- och gränsdrift

Vi har:

$$k_t I_{ut} = P_{ut} I_M = P_{ut} \frac{\max i_L + \min i_L}{2}$$

men  $\min i_L = 0$  i deldrift:

$$k_t I_{ut} = P_{ut} \frac{\max i_L}{2}$$

så

$$\max i_L = \frac{2k_t I_{ut}}{P_{ut}} = \frac{2k_t I_{ut}}{(1 + k_A M_L) P_B}$$

och energin blir då:

$$E_L = \frac{4k_t^2 I_{ut}^2}{(1 + k_A M_L)^2 P_B^2} \frac{L}{2}$$

Som vi såg tidigare under stycket deldrift är:

$$P_B^2 = \frac{2k_t I_{ut} L}{(-U_B) T_s (1 + k_A M_L)}$$

och den lagrade energin blir:

$$E_L = \frac{-U_B k_t I_{ut} T_s}{1 + k_A M_L}$$

Så, oberoende vilket värde på  $L$  vi än väljer (så länge  $L \leq L_{gr}$ ) är den maximala energin som uppnås under en arbetscykel konstant.

### 2.11.2 Heldrift

I heldrift gäller:

$$I_M = \frac{k_t I_{ut}}{P_{ut}} = k_t I_{ut} \frac{1 + M_L}{1 + k_A M_L}$$

och

$$\max i_L = I_M + \frac{I_L P_P}{2} = I_M + \frac{-U_B T_s}{2(1 + M_L)L} = I_M + \frac{K_E}{L}$$

där  $K_E = -U_B T_s / (2(1 + M_L))$ , så

$$E_L = \frac{1}{2} \left( I_M + \frac{K_E}{L} \right)^2 L = \frac{I_M^2 L}{2} + I_M K_E + \frac{K_E^2}{2L}$$

och vi ser  $E_L$  växer obegränsat när  $L$  närmar sig 0 och för stora värden på  $L$ . För att hitta  $E_L$ -s minimum, söker vi efter derivatans nollställen och kallar det nollstället för  $L_E$ :

$$\frac{dE_L}{dL} = \frac{I_M^2}{2} - \frac{K_E^2}{2L^2} = 0$$

$$\frac{I_M^2}{2} = \frac{K_E^2}{2L_E^2}$$

och eftersom  $L_E$  är positiv och i heldrift är  $P_B = 1/(1 + M_L)$ :

$$L_E = \frac{K_E}{I_M} = \frac{-U_B T_s}{2(1 + M_L) I_M} = \frac{-U_B T_s P_B}{2I_M}$$

nu vet vi att  $k_t I_{ut} = P_{ut} I_M$ :

$$L_E = \frac{-U_B T_s P_{ut} P_B}{2P_{ut} I_M} = \frac{-U_B T_s P_{ut} P_B}{2k_t I_{ut}}$$

och vi ser då att:

$$L_E = L_{gr}$$

Dvs. om vi vill optimera kraftcellen med avseende på induktorns storlek ska vi ge den ett värde som är högst lika med  $L_{gr}$ . Och för givna  $U_{in}, U_{ut}, I_{ut}, T_s$  krävs en minsta storlek (energikapacitet) på induktorn för att den ska klara uppgiften.



### 3 Förhållandet mellan $P_A$ och $M$

Om vi tittar tillbaka på figur 11 igen och antar att  $Z$  är rent resistiv, dvs. ett motstånd med motståndet  $R$  och om vi för tillfället ignorerar  $C_{ut}$  kan man säga att  $R = U_{ut}/I_{ut}$ . Som vi såg i stycket om approximationer, finns det ett  $\tau = L/R$ , så om vi definierar ett värde:

$$K_\tau = \frac{T_s}{\tau} = \frac{U_{ut}T_s}{I_{ut}L}$$

så borde  $P_B K_\tau$  vara hur långt ut på kurvan i figur 10 vi befinner oss vid slutet av steg **B**. Det sagt, i litteraturen verkar denna egenskap inte beskrivas, men vi kan finna ett  $K$ :

$$K = \frac{2I_{ut}L}{U_{ut}T_s}$$

som beskrivs som ett mått på hur gärna induktorn vill arbeta i deldrift. Vi kommer använda detta  $K$  som en förkortning men kommer inte gå in på det närmare.

#### 3.1 Kraftceller av typen K1

Förutsättningar:

$$U_A = U_{in} \quad U_B = U_{in} - U_{ut} \quad k_t = +1 \quad k_A = 0 \quad k_B = 1$$

$M_L$  och  $M$ :

$$\begin{aligned} M_L &= \frac{-U_B}{U_A} = \frac{U_{ut} - U_{in}}{U_{in}} \\ &= \frac{U_{ut}}{U_{in}} - 1 = M - 1 \\ M &= 1 + M_L \end{aligned}$$

För  $P_A$  gäller:

$$\begin{aligned} 0 < P_A &\leq \frac{M_L}{1 + M_L} = \frac{M - 1}{M} = 1 - \frac{1}{M} \\ \frac{1}{M} &\leq 1 - P_A \\ 0 < 1 - P_A < 1 &\Leftrightarrow 1 < \frac{1}{1 - P_A} \\ 1 < \frac{1}{1 - P_A} &\leq M \end{aligned}$$

För  $P_B$  gäller:

$$\begin{aligned} 0 < P_B &\leq \frac{1}{1 + M_L} = \frac{1}{M} \\ 0 < M &\leq \frac{1}{P_B} \end{aligned}$$

i deldrift:

$$\begin{aligned} P_A &= \sqrt{\frac{-U_B 2k_t I_{ut} L}{U_A^2 (1 + k_A M_L) T_s}} \\ &= \sqrt{\frac{U_{ut}(U_{ut} - U_{in}) 2I_{ut} L}{U_{in}^2 U_{ut} T_s}} \\ &= \sqrt{M(M - 1)K} \\ P_B &= \sqrt{\frac{2k_t I_{ut} L}{(-U_B) T_s (1 + k_A M_L)}} \\ &= \sqrt{\frac{U_{ut} 2I_{ut} L}{(U_{ut} - U_{in}) U_{ut} T_s}} \end{aligned}$$

och dividera sedan med  $U_{in}$ :

$$= \sqrt{\frac{MK}{M - 1}}$$

$P_A$  och  $P_B$ :

$$P_A = \begin{cases} \sqrt{M(M-1)K} & \text{för deldrift} \\ \frac{M-1}{M} & \text{för hel- och gränsdrift} \end{cases}$$

$$P_B = \begin{cases} \sqrt{\frac{MK}{M-1}} & \text{för deldrift} \\ \frac{1}{M} & \text{för hel- och gränsdrift} \end{cases}$$

$P_A$  och  $M$ :

Av formeln för  $P_A$  kan vi söka förhållandet mellan  $P_A$  och  $M$  i deldrift:

$$M > 0$$

$$P_A^2 = M(M-1)K = (M^2 - M)K$$

$$M^2 - 2\frac{1}{2}M + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(M - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{P_A^2}{K} = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{4P_A^2}{K}\right)$$

så fås lösningen:

$$M = \begin{cases} \frac{1 + \sqrt{1 + 4P_A^2/K}}{2} & \text{för deldrift} \\ \frac{1}{1 - P_A} & \text{för hel- och gränsdrift} \end{cases}$$

### 3.2 Kraftceller av typen K2

Förutsättningar:

$$U_A = U_{in} - U_{ut} \quad U_B = -U_{ut} \quad k_t = +1 \quad k_A = 1 \quad k_B = 0$$

$M_L$  och  $M$ :

$$M_L = \frac{-U_B}{U_A} = \frac{U_{ut}}{U_{in} - U_{ut}} = \frac{M}{1 - M}$$

$$1 + M_L = \frac{1 - M}{1 - M} + \frac{M}{1 - M} = \frac{1}{1 - M}$$

$$1 - M = \frac{1}{1 + M_L}$$

$$M = \frac{1 + M_L}{1 + M_L} - \frac{1}{1 + M_L} = \frac{M_L}{1 + M_L}$$

För  $P_A$  gäller:

$$0 < P_A \leq \frac{M_L}{1 + M_L} = M$$

För  $P_B$  gäller:

$$0 < P_B \leq \frac{1}{1 + M_L} = 1 - M$$

i deldrift:

$$P_A = \sqrt{\frac{-U_B 2k_t I_{ut} L}{U_A^2 (1 + k_A M_L) T_s}}$$

$$= \sqrt{\frac{U_{ut} 2I_{ut} L}{(U_{in} - U_{ut})^2 (1 + M_L) T_s}}$$

$$= \sqrt{\frac{U_{ut}^2 K}{(U_{in} - U_{ut})^2 (1 + M_L)}}$$

$$= \sqrt{\frac{(1 - M)K}{(1/M - 1)^2}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{M(1/M - 1)K}{(1/M - 1)^2}} \\
&= \sqrt{\frac{M^2 K}{1 - M}} \\
P_B &= \sqrt{\frac{2k_t I_{ut} L}{(-U_B) T_s (1 + k_A M_L)}} \\
&= \sqrt{\frac{(1 - M) 2 I_{ut} L}{U_{ut} T_s}} \\
&= \sqrt{(1 - M) K}
\end{aligned}$$

$P_A$  och  $P_B$ :

$$P_A = \begin{cases} \sqrt{\frac{M^2 K}{1 - M}} \\ M \end{cases}$$

för deldrift

för hel- och gränsdrift

$$P_B = \begin{cases} \sqrt{(1 - M) K} \\ 1 - M \end{cases}$$

för deldrift

för hel- och gränsdrift

$P_A$  och  $M$ :

I deldrift

$$\begin{aligned}
P_A^2 &= \frac{M^2 K}{1 - M} \\
\frac{1}{M^2} - \frac{1}{M} &= \frac{K}{P_A^2} \\
\frac{1}{M^2} - 2\frac{1}{2}\frac{1}{M} + \frac{1}{4} &= \left(\frac{1}{M} - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{4K}{P_A^2}\right) \\
\frac{1}{M} &= \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4}\left(1 + \frac{4K}{P_A^2}\right)} = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{4K}{P_A^2}}\right) \\
M &= \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4K/P_A^2}}
\end{aligned}$$

Vi får lösningen:

$$M = \begin{cases} \frac{2}{1 + \sqrt{1 + 4K/P_A^2}} \\ P_A \end{cases}$$

för deldrift

för hel- och gränsdrift

### 3.3 Kraftceller av typen K3

Förutsättningar:

$$U_A = U_{in} \quad U_B = U_{ut} \quad k_t = -1 \quad k_A = 0 \quad k_B = 0$$

$M_L$  och  $M$ :

$$\begin{aligned}
M_L &= \frac{-U_B}{U_A} = \frac{-U_{ut}}{U_{in}} = -M > 0 \\
M &= -M_L < 0
\end{aligned}$$

För  $P_A$  gäller:

$$\begin{aligned}
0 < P_A &\leq \frac{M_L}{1 + M_L} = \frac{-M}{1 - M} = \frac{M}{M - 1} \\
0 < \frac{1 - M}{-M} &= \frac{1}{-M} + 1 \leq \frac{1}{P_A}
\end{aligned}$$

$$0 < \frac{1}{-M} \leq \frac{1}{P_A} - 1 = \frac{1 - P_A}{P_A}$$

$$0 < \frac{P_A}{1 - P_A} \leq -M$$

För  $P_B$  gäller:

$$0 < P_B \leq \frac{1}{1 + M_L} = \frac{1}{1 - M}$$

$$0 < 1 - M \leq \frac{1}{P_B}$$

$$-M \leq \frac{1}{P_B} - 1 = \frac{1 - P_B}{P_B}$$

i deldrift:

$$P_A = \sqrt{\frac{-U_B 2k_t I_{ut} L}{U_A^2 (1 + k_A M_L) T_s}}$$

$$= \sqrt{\frac{U_{ut} 2I_{ut} L}{U_{in}^2 T_s}}$$

$$= \sqrt{M^2 K}$$

$$P_B = \sqrt{\frac{2k_t I_{ut} L}{(-U_B) T_s (1 + k_A M_L)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2I_{ut} L}{U_{ut} T_s}}$$

$$= \sqrt{K}$$

$P_A$  och  $P_B$ :

$$P_A = \begin{cases} \sqrt{M^2 K} \\ -M \\ 1 - M \end{cases}$$

$$P_B = \begin{cases} \sqrt{K} \\ 1 \\ 1 - M \end{cases}$$

för deldrift

för hel- och gränsdrift

för deldrift

för hel- och gränsdrift

$P_A$  och  $M$ :

I deldrift

$$M < 0$$

$$P_A^2 = M^2 K$$

$$M^2 = \frac{P_A^2}{K}$$

$$M = -\sqrt{\frac{P_A^2}{K}}$$

Vi får lösningen:

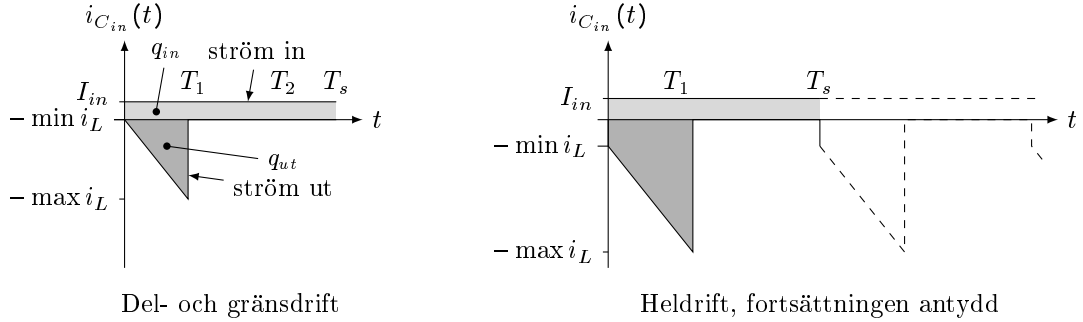
$$M = \begin{cases} -\sqrt{\frac{P_A^2}{K}} \\ -\frac{P_A}{1 - P_A} \end{cases}$$

för deldrift

för hel- och gränsdrift

## 4 Strömmar och spänningar över kondensatorerna

Låt oss nu titta på kondensatorerna. Vi vill att spänningarna över kondensatorerna ska vara i det närmaste konstanta. Det i sin tur gör att  $I_{in}$  och  $I_{ut}$  också är i det närmaste konstanta. Om spänningen över en kondensator inte förändras cykel till cykel så innebär det att antalet laddningar som kondensatorn har inte förändras, dvs. antalet laddningar som flödar in till och antalet som flödar ut ur kondensatorn är lika många. Det är samma sak som att säga att medelvärdet av kondensatorströmmen är noll, eller  $\int_0^{T_s} i_{C_{in}} dt = 0$  och detsamma för  $i_{C_{ut}}$ . Det är vad vi kom fram ovan i stycket om stabila arbetscykler. Figur 13 visar ingångskondensatorns delströmmar  $I_{in}$  och  $i_{L_{in}}$  för koppling K2.  $I_{in}$  laddar upp och  $i_{L_{in}}$  laddar ur  $C_{in}$ . Eftersom spänningen över kondensatorn inte förändras från cykel till cykel är  $0 = q_{in} + q_{ut} = I_{in}T_s - P_{in}T_s(\max i_L + \min i_L)/2$  dvs.  $I_{in} = P_{in}I_M$ .

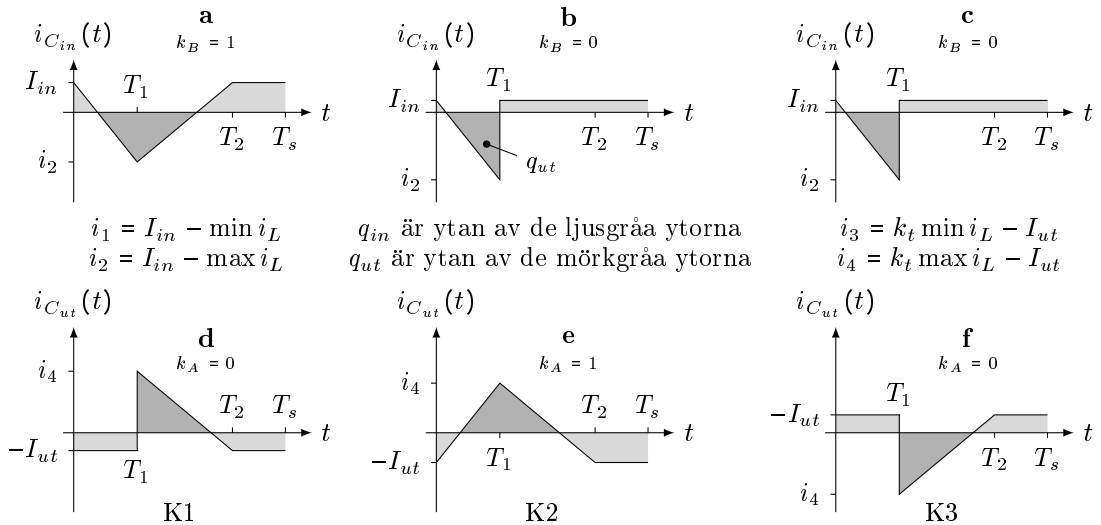


Figur 13: Delströmmar över  $C_{in}$

### 4.1 Små spänningsvariationer på utspänningen

Små variationer i utspänningen uppkommer pga. strömen över  $C_{in}$ s och  $C_{ut}$ s interna motstånd (se figur 5, vi kallar dem  $R_{in}$  och  $R_{ut}$ ) och den variation av laddning som uppstår i  $C_{in}$  resp.  $C_{ut}$  över en arbetscykel. Vi kan nöja oss med att ta reda på dessa delspänningar var för sig och vi kan antingen ta fram deras topp till toppvärden eller deras avvikelse från grundspänningen ( $U_{in}$  eller  $U_{ut}$ ). Enklast och mest användbart är nog topp till toppvärden.

Så vi ska försöka hitta formler för  $\Delta U_C = (\max q - \min q)/C$  och  $\Delta U_R = (\max i_c - \min i_c)R$  för resp. kondensator.



Figur 14: Kondensatorströmmar för olika kraftceller, deldrift

Figur 14:**a–f** visar kondensatorströmmen för  $C_{in}$  (övre raden) och  $C_{ut}$  (undre raden) för olika kraftcellskopplingar. Vi ser att i fyra fall har strömkurvan en vertikalt hopp vid  $T_1$  och i två fall går kurvan utan sådana hopp. Låt kalla de med ett hopp (**b**, **c**, **d** och **f**) för de med “enkel” inkoppling, eftersom induktorn bara delar ström med kondensatorn under “ett” arbetssteg, **A** för ingången och **B** för utgången. Dessa hopp ger störningar till omvärlden, och störningarna kan behöva åtgärdas. Och de utan hoppet (**a** och **e**) för “dubbel” inkoppling eftersom induktorn delar ström med kondensatorn under två steg, **A** och **B**.

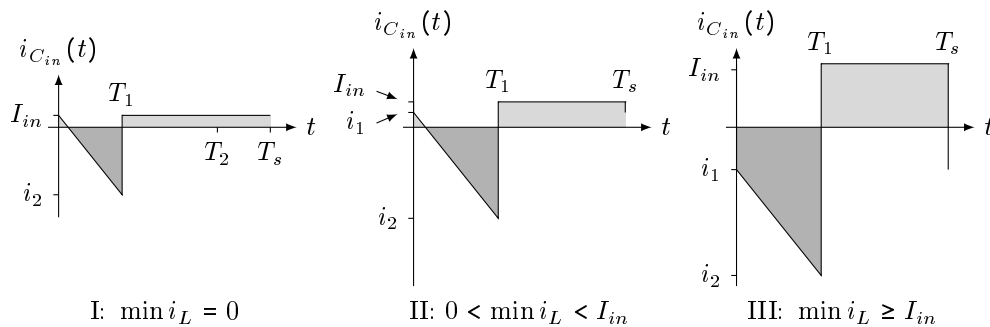
Vi har  $I_{in} = i_{C_{in}} + i_{L_{in}}$  och  $k_t i_{L_{ut}} = i_{C_{ut}} + I_{ut}$  att utgå ifrån när induktorn är ansluten till resp. kondensator och  $i_{C_{in}} = I_{in}$  och  $i_{C_{ut}} = -I_{ut}$  i övrigt. Av det följer att i steg **B** för **b** och **c**, steg **A** för **d** och **f** och steg **C** för alla kopplingar, är kondensatorströmmen lika med  $I_{in}$  resp.  $-I_{ut}$ . I övrigt har kondensatorströmmen största och minsta värden  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $i_3$  och  $i_4$  enligt formler i figur 14 och samma lutning (bortsett från tecken, dvs.  $\pm I_A$  resp.  $\pm I_B$ ) som strömkurvorna i figur 12.

En sak som vi kan observera i figur 14 är att  $k_B = 0$  innebär enkel och  $k_B = 1$  dubbel inkoppling på ingångssidan och motsvarande för  $k_A$  och utgångssidan.

## 4.2 Enkel inkoppling

Enkel inkoppling är när induktorn bara delar ström med kondensatorn under ett arbetssteg. Figur 15 visar ingångens kondensatorström för K2 för olika stora ingångsströmmar. Av figurerna kan vi sluta oss till att när  $I_{in}$  ökar så ökar också laddningen (de mörk- resp. ljusgrå ytor) som pulserar fram och tillbaka.

I figur 14 ser vi hur ingångssidans kondensatorströmmen ser ut för olika strömstyrkor in i kraftcellen för enkel inkoppling. Det ser likartat ut på utgången, skillnaden kan ses om vi jämför kurvan i figur 14:**b** med den i 14:**d** eller 14:**f**, den mörkgrå ytan är under **B**-steget istf. **A**-steget och kurvan kan vara uppochner.



Figur 15: Strömstyrkans effekt på kondensatorströmmen

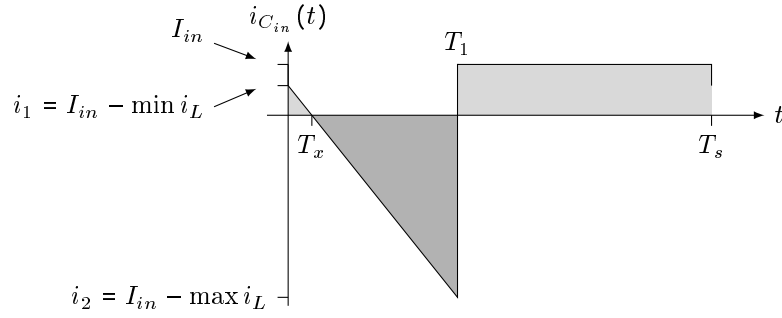
Vid strömstyrka I i diagrammet (del- och gränsdrift) är  $\min i_L = 0$  och kurvan går från  $I_{in}$  neråt med lutningen  $I_A$ . Vid styrka II, har induktorn kommit upp i heldrift och som vi ser av figuren kommer  $i_1$  att ligga allt mer under  $I_{in}$  ju mer ström som går genom kretsen tills vi kommer upp i styrka III då  $\min i_L$  är minst lika stor som  $I_{in}$  i magnitud. Så vi har tre hållpunkter för strömmen,  $I_{in}$ ,  $i_1 = I_{in} - \min i_L$  och  $i_2 = I_{in} - \max i_L$ . Det sker två hopp i strömkurvan, ett mindre vid tiden  $t = 0$  (och  $t = T_s$ ) då strömmen går från  $I_{in}$  till  $i_1$ , det hoppet finns bara i heldrift. Och ett större vid tiden  $T_1$  då strömmen går från  $i_2$  till  $I_{in}$ .

För att beräkna spänningsändringar pga. variation i kondensatorns laddning vi kan räkna ut antingen den ljus- eller mörkgrå ytan (de är lika stora, vi förutsätter en stabil arbetscykel). Störst och minst laddning har kondensatorn i de två tidpunkterna där kurvan skär tidsaxeln, störst där kurvan går uppifrån ner och minst där kurvan går nerifrån upp. Den ena tidpunkten är  $T_1$ , det är där det största hoppet sker och låt oss kalla den andra för  $T_x$ . På ingångssidan ligger  $T_x$  straxt efter  $t = 0$ , se figur 16. På utgångssidan ligger  $T_x$  straxt innan  $t = T_2$ .

### 4.2.1 Strömstyrka I och II

Om  $\min i_L \leq I_{in}$  resp.  $\min i_L \leq k_t I_{ut}$  (strömstyrka I och II, upp till viss heldrift), använder vi den mörkgrå triangeln. Höjden (eller djupet) på hela triangeln (dvs. även den bit som går

ovanför tidsaxeln) är  $i_{Lpp}$  och för steg **A** är bredden  $P_A T_s$  ( $P_B T_s$  för steg **B**). För att lättare kunna se, finns en förstoring av figur 15:I i figur 16.



Figur 16: Enkel inkoppling, detalj av figur 15:I

På ingångssidan har den mörkgrå triangeln basen  $T_1 - T_x$  och höjden  $|i_2| = |\max i_L - I_{in}|$ . Ytan blir då  $q = (T_1 - T_x)|i_2|/2$ . Låt nu  $P_x = (T_1 - T_x)/T_s$ , vi då skriva om ytformeln till  $q = |i_2|P_x T_s/2$ . Triangelns sneda sida har lutningen  $I_A$  så  $P_x I_A = i_2$  eller  $P_x = i_2/I_A$ . Då blir

$$q_{in} = \frac{i_2^2 T_s}{2I_A} = \frac{(\max i_L - I_{in})^2 T_s}{2I_A} \quad \text{för ingången}$$

och för utgången ( $P_x = (T_x - T_1)/T_s$ )

$$\begin{aligned} q_{ut} &= \frac{k_t i_4 P_x T_s}{2} = \frac{(k_t i_4)^2 T_s}{-2I_B} \\ &= \frac{(\max i_L - k_t I_{ut})^2 T_s}{-2I_B} \quad \text{för utgången} \end{aligned}$$

och spänningarna blir ( $I_A = U_A T_s/L$ ,  $I_B = U_B T_s/L$ )

$$\Delta U_{C_{in}} = \frac{i_2^2 T_s}{2C_{in}} \left( \frac{1}{I_A} \right) = \frac{L(\max i_L - I_{in})^2}{2C_{in} U_A} \geq 0 \quad \text{för ingången}$$

$$\Delta U_{C_{ut}} = \frac{(k_t i_4)^2 T_s}{2C_{ut}} \left( \frac{1}{-I_B} \right) = \frac{L(\max i_L - k_t I_{ut})^2}{-2C_{ut} U_B} \geq 0 \quad \text{för utgången}$$

#### 4.2.2 Strömstyrka I

innebär del- eller gränstdrift. Då är

$$i_2 = \max i_L - I_{in} = \frac{1}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{2M_L U_A T_s I_{in}}{M_L + k_B}} - I_{in}$$

Låt nu tillfälligtvis  $a$ ,  $b$  och  $c$  vara:

$$a = \frac{1}{2C_{in} U_A} \quad b = \sqrt{\frac{2M_L U_A T_s I_{in}}{M_L + k_B}} \quad c = I_{in}$$

För att titta på hur  $\Delta U_{C_{in}}$  varierar med  $L$  använder vi funktionen  $f$ :

$$\begin{aligned} f(L) &= \Delta U_{C_{in}} = \frac{i_2^2 T_s}{2C_{in} I_A} = \frac{1}{2C_{in} U_A} L i_2^2 = a L i_2^2 \\ &= a L \left( \frac{1}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{2M_L U_A T_s I_{in}}{M_L + k_B}} - I_{in} \right)^2 = a L \left( \frac{b}{\sqrt{L}} - c \right)^2 \\ &= a (b - c\sqrt{L})^2 = ab^2 - 2abc\sqrt{L} + ac^2 L \end{aligned}$$

Dess derivata är

$$f' = a \left( c^2 - \frac{bc}{\sqrt{L}} \right) = ac \left( c - \frac{b}{\sqrt{L}} \right)$$

Både  $f$  och  $f'$  har ett nollställe i:

$$L_0 = \left( \frac{b}{c} \right)^2 = \frac{2M_L U_A T_s}{(M_L + k_B) I_{in}}$$

För  $L < L_0$  är  $f'(L) < 0$ , så mellan 0 och  $L_0$  är  $f(L)$  minskande. Följande gäller:

$$0 \leq k_B \leq 1 \text{ och } 0 < M_L$$

Vi kan kombinera detta till:

$$\begin{aligned} k_B &\leq 1 < 2 + M_L \\ 0 &< M_L + k_B < 2(1 + M_L) \\ (M_L + k_B)^2 &< 4(1 + M_L)^2 \\ \frac{M_L + k_B}{2(1 + M_L)^2} &< \frac{2}{M_L + k_B} \end{aligned}$$

och får slutligen resultatet:

$$L_{gr} = \frac{U_A T_s (M_L + k_B) M_L}{2 I_{in} (1 + M_L)^2} < \frac{2 U_A T_s M_L}{I_{in} (M_L + k_B)} = L_0$$

På utgången har vi på liknande sätt:

$$\begin{aligned} k_t i_4 &= \max i_L - k_t I_{ut} = \frac{1}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{2(-U_B) T_s k_t I_{ut}}{1 + k_A M_L}} - k_t I_{ut} \\ a &= \frac{1}{2 C_{ut} (-U_B)} \quad b = \sqrt{\frac{2(-U_B) T_s k_t I_{ut}}{1 + k_A M_L}} \quad c = k_t I_{ut} \\ f(L) &= \Delta U_{C_{ut}} = \frac{(k_t i_4)^2 T_s}{2 C_{ut} (-I_B)} = \frac{1}{2 C_{ut} (-U_B)} L (k_t i_4)^2 \\ &= a L \left( \frac{b}{\sqrt{L}} - c \right)^2 = ab^2 - 2abc\sqrt{L} + ac^2 L \\ L_0 &= \left( \frac{a}{c} \right)^2 = \frac{2(-U_B) T_s}{k_t I_{ut} (1 + k_A M_L)} > L_{gr} \end{aligned}$$

vilket ges av:

$$\begin{aligned} 0 &\leq k_A \leq 1 \text{ och } 0 < M_L \\ k_A &< 2 < \frac{1}{M_L} + 2 \\ 1 + k_A M_L &< 2(1 + M_L) \\ \frac{1 + k_A M_L}{2(1 + M_L)^2} &< \frac{2}{1 + k_A M_L} \\ L_{gr} &= \frac{-U_B T_s (1 + k_A M_L)}{2 k_t I_{ut} (1 + M_L)^2} < \frac{2(-U_B) T_s}{k_t I_{ut} (1 + k_A M_L)} = L_0 \end{aligned}$$

Dvs. i strömstyrka I minskar spänningsvariationerna ( $f$ ) över båda kondensatorerna om vi väljer ett större  $L$ .

### 4.2.3 Gränsen mellan strömstyrka II och III

Innan vi tittar på strömstyrka II och III, är det bra att veta var gränsen ligger mellan dem. Och för dens skulle tar vi fram gränsinduktansen  $L_{III}$  som är gränsen mellan strömstyrka II och III. För ingången får vi:

$$\begin{aligned} 0 = i_1 &= I_{in} - \min i_L = I_{in} - \left( \frac{1 + M_L}{M_L + k_B} I_{in} - \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L) L_{III in}} \right) \\ &= \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L) L_{III in}} - \frac{1 - k_B}{M_L + k_B} I_{in} \\ \frac{1 - k_B}{M_L + k_B} I_{in} &= \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L) L_{III in}} \\ L_{III in} &= \frac{M_L U_A T_s (M_L + k_B)}{2(1 + M_L)(1 - k_B) I_{in}} = \frac{1 + M_L}{(1 - k_B)} \frac{M_L U_A T_s (M_L + k_B)}{2(1 + M_L)^2 I_{in}} \end{aligned}$$



( $k_B = 0$  i enkel inkoppling)

$$= \frac{1 + M_L}{(1 - k_B)} L_{gr} = (1 + M_L) L_{gr} = \frac{L_{gr}}{P_B}$$

Och för utgångssidan:

$$0 = i_3 = k_t \min i_L - I_{ut}$$

$$0 = \min i_L - k_t I_{ut}$$

$$= \frac{1 + M_L}{1 + k_A M_L} k_t I_{ut} - \frac{(-U_B) T_s}{2(1 + M_L) L_{III_{ut}}} - k_t I_{ut}$$

$$= \frac{1 - k_A}{1 + k_A M_L} M_L k_t I_{ut} - \frac{(-U_B) T_s}{2(1 + M_L) L_{III_{ut}}}$$

$$\frac{1 - k_A}{1 + k_A M_L} M_L k_t I_{ut} = \frac{(-U_B) T_s}{2(1 + M_L) L_{III_{ut}}}$$

$$L_{III_{ut}} = \frac{(-U_B) T_s (1 + k_A M_L)}{2(1 + M_L) (1 - k_A) M_L k_t I_{ut}} = \frac{1 + M_L}{(1 - k_A) M_L} \frac{(-U_B) T_s (1 + k_A M_L)}{2(1 + M_L)^2 k_t I_{ut}}$$

( $k_A = 0$  i enkel inkoppling)

$$= \frac{1 + M_L}{(1 - k_A) M_L} L_{gr} = \frac{1 + M_L}{M_L} L_{gr} = \frac{L_{gr}}{P_A}$$

#### 4.2.4 Strömstyrka II

innebär heldrift och både  $P_A$  och  $P_B$  är konstanta. För ingångssidan gäller att:

$$k_B = 0$$

$$\max i_L = \frac{1 + M_L}{M_L + k_B} I_{in} + \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L) L}$$

$$i_2 = \max i_L - I_{in} = \frac{1 + M_L}{M_L + k_B} I_{in} + \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L) L} - I_{in}$$

$$= \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L) L} + \frac{1 - k_B}{M_L + k_B} I_{in}$$

Med:

$$a = \frac{1}{2C_{in} U_A} \quad b = \frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L)} \quad c = \frac{1 - k_B}{M_L + k_B} I_{in}$$

$$f(L) = \Delta U_{C_{in}} = aL \left( \frac{b}{L} + c \right)^2 = \frac{ab^2}{L} + 2abc + ac^2 L$$

$$f'(L) = -\frac{ab^2}{L^2} + ac^2$$

Nollställe till  $f'$  är

$$\begin{aligned} L_0 = \frac{b}{c} &= \frac{\frac{M_L U_A T_s}{2(1 + M_L)}}{\frac{1 - k_B}{M_L + k_B} I_{in}} = \frac{U_A T_s (M_L + k_B) M_L}{(1 - k_B) 2 I_{in} (1 + M_L)} \\ &= \frac{1 + M_L}{1 - k_B} \frac{U_A T_s (M_L + k_B) M_L}{2 I_{in} (1 + M_L)^2} = (1 + M_L) L_{gr} = \frac{L_{gr}}{P_B} = L_{III_{in}} \end{aligned}$$

Så ser vi att nollstället är den övre gränsen för strömstyrka II och  $f'$  är negativ vilket innebär att  $f$  minskar för ökande  $L$ .

På utgångssidan har vi:

$$k_A = 0$$

$$\max i_L = \frac{1 + M_L}{1 + k_A M_L} k_t I_{ut} + \frac{(-U_B) T_s}{2(1 + M_L) L}$$

$$k_t i_A = \max i_L - k_t I_{ut} = \frac{(-U_B)T_s}{2(1+M_L)L} + \frac{1-k_A}{1+k_A M_L} M_L k_t I_{ut}$$

Med:

$$a = \frac{1}{2C_{ut}U_B} \quad b = \frac{(-U_B)T_s}{2(1+M_L)} \quad c = \frac{1-k_A}{1+k_A M_L} M_L k_t I_{ut}$$

$$f(L) = \Delta U_{C_{in}} = aL\left(\frac{b}{L} + c\right)^2 = \frac{ab^2}{L} + 2abc + ac^2 L$$

$$f'(L) = -\frac{ab^2}{L^2} + ac^2$$

Nollställe till  $f'$  är

$$\begin{aligned} L_0 = \frac{b}{c} &= \frac{\frac{-U_B T_s}{2(1+M_L)}}{\frac{1-k_A}{1+k_A M_L} M_L k_t I_{ut}} = \frac{1+M_L}{(1-k_A)M_L} \frac{-U_B T_s (1+k_A M_L)}{2k_t I_{ut} (1+M_L)^2} \\ &= \frac{1+M_L}{(1-k_A)M_L} L_{gr} = \frac{1+M_L}{M_L} L_{gr} = \frac{L_{gr}}{P_A} = L_{III_{ut}} \end{aligned}$$

och vi har samma slutsats för utgången som för ingången.

### 4.2.5 Strömstyrka III

Om  $\min i_L \geq I_{in}$  (heldrift) så är det enklast att använda  $q = P_B T_s I_{in}$  på ingångssidan och, på utgångssidan, om  $\min i_L \geq I_{ut}$  så är  $q = k_t P_A T_s I_{ut}$  att föredra.

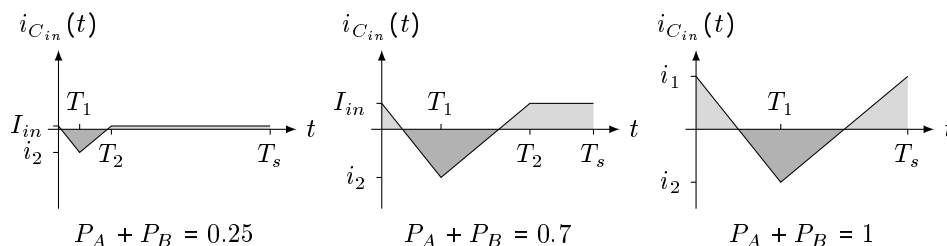
$$\Delta U_{C_{in}} = \frac{P_B T_s I_{in}}{C_{in}} = \frac{T_s I_{in}}{(1+M_L)C_{in}} \quad \min i_L \geq I_{in}, \text{ ing.}$$

$$\Delta U_{C_{ut}} = \frac{k_t P_A T_s I_{ut}}{C_{ut}} = \frac{k_t T_s I_{ut} M_L}{(1+M_L)C_{ut}} \quad \min i_L \geq I_{ut}, \text{ utg.}$$

Vi ser att vid denna strömstyrkan är  $\Delta U_C$  oberoende av  $L$  och det enda sättet att minska spänningsvariationen att välja större kondensatorer.

### 4.3 Dubbel inkoppling

Dubbel inkoppling är när induktorn delar ström med kondensatorn under två arbetssteg. Figur 14:a och 17 visar ingångens kondensatorström för K1 för olika stora ingångsströmmar. Vi ser att även här har vi en laddningsmängd som pulserar fram och tillbaka även om den inte ser ut att vara lika stor som för enkel inkoppling. En annan skillnad som finns är att i heldrift påverkas inte kondensatorströmmens max och min av storleken på induktorns medelström eftersom den inte måste in och ut i kondensatorn utan den flyter förbi kondensatorn.



Figur 17: Strömstyrkans effekt på kondensatorströmmen, dubbel inkoppling

#### 4.3.1 Deldrift

I deldrift, dvs. i den vänstra och mittre kurvan i figur 17 är det mest praktiskt att beräkna  $q$  genom att ta ytan av den mörkgråa triangeln. Dess höjd är  $i_2 = I_{in} - \max i_L$  resp.  $i_4 = k_t \max i_L - I_{ut}$  och bredden är  $(P_x + P_y)T_s$  (vi har dubbel inkoppling), där  $P_x$  och  $P_y$  är som  $P_x$

i stycket om enkel inkoppling fast på högra resp. vänstra sidan av  $T_1$ . Det ger att  $P_x = i_2/I_A$ ,  $P_y = -i_2/I_B$  för ingången och  $P_x = i_4/I_A$ ,  $P_y = -i_4/I_B$  för utgången.

$$\Delta U_{C_{in}} = \frac{i_2^2 T_s}{2C_{in}} \left( \frac{1}{I_A} + \frac{1}{-I_B} \right) \quad \text{deldrift, ing.}$$

$$\Delta U_{C_{ut}} = \frac{i_4^2 T_s}{2C_{ut}} \left( \frac{1}{I_A} + \frac{1}{-I_B} \right) \quad \text{deldrift, utg.}$$

För att se hur  $\Delta U_C$  beror på  $L$  kan vi först börja med att titta på:

$$\begin{aligned} \frac{1}{I_A} + \frac{1}{-I_B} &= \left( \frac{1}{U_A} + \frac{1}{-U_B} \right) \frac{L}{T_s} = \left( 1 + \frac{1}{M_L} \right) \frac{L}{U_A T_s} \\ &= \frac{(1 + M_L)L}{M_L U_A T_s} = \frac{(1 + M_L)L}{-U_B T_s} \end{aligned}$$

För ingången har vi:

$$a = \frac{1 + M_L}{2M_L C_{in} U_A} \quad b = \sqrt{\frac{2M_L U_A T_s I_{in}}{1 + k_B}} \quad c = I_{in}$$

Och dito, utgången:

$$a = \frac{1 + M_L}{2C_{ut}(-U_B)} \quad b = \sqrt{\frac{2(-U_B)T_s k_t I_{ut}}{1 + k_A M_L}} \quad c = k_t I_{ut}$$

Detta är samma värden på  $b$  och  $c$  som för enkel inkoppling och strömstyrka  $I$  och vi får samma nollställe och minimum, det som skiljer sig är värdet på  $a$ . Det gör att  $\Delta U_C$  minskar med ökande  $L$  så länge induktorn befinner sig i deldrift.

### 4.3.2 Gräns- och heldrift

I gräns- och heldrift med dubbel inkoppling är

$$I_{in} = P_{in} I_M = I_M$$

och vi vet sedan tidigare att

$$\begin{aligned} I_M + \frac{I_{LPP}}{2} &= \frac{\max i_L + \min i_L}{2} + \frac{\max i_L - \min i_L}{2} = \max i_L \\ I_M - \frac{I_{LPP}}{2} &= \frac{\max i_L + \min i_L}{2} - \frac{\max i_L - \min i_L}{2} = \min i_L \end{aligned}$$

Detta ger att

$$\begin{aligned} i_1 &= I_{in} - \min i_L = I_M - \min i_L = \frac{I_{LPP}}{2} \\ i_2 &= I_{in} - \max i_L = I_M - \max i_L = -\frac{I_{LPP}}{2} \end{aligned}$$

och vi ser att

$$i_2 = -i_1$$

dvs. strömkurvan ligger symmetriskt runt tidsaxeln och  $i_1$  och  $i_2$  är oberoende av  $I_{in} = I_M$  i gräns- och heldrift. På grund av dessa symmetrier är basen för den mörkgråa triangeln  $T_s/2$  och

$$\Delta U_C = \frac{I_{LPP} T_s}{8C} \quad \text{Gräns- och heldrift}$$

där  $C$  är  $C_{in}$  resp.  $C_{ut}$  beroende på vilken sida som har den dubbla inkopplingen.

## 4.4 Spänningsvariationen över $R_C$

Spänningen över det interna motståndet är  $I_C R_C$  och dess variation blir  $(\max I_C - \min I_C) R_C$ . Eftersom vi bara är intresserade av beloppet och inte tecknet kan vi ta absolutbeloppet av det. Strömmens variation kan vi då kalla  $\Delta I_C = |\max I_C - \min I_C|$ .

Om vi går tillbaka och tittar på figur 15 och 16 är det ena extremvärdet  $I_{in}$  resp.  $I_{ut}$  och det andra  $i_2$  resp.  $i_4$ . Som vi ser av figurerna är  $I_{in} - i_2 = \max i_L$  och  $I_{ut} - i_4 = k_t \max i_L$ , eller  $\Delta I_C = \max i_L$  oberoende om det är ingångs- eller utgångssidan. Tittar vi på figur 17 ser vi samma extremvärden utom för heldrift. Vi får (med hjälpvariabeln  $K_R$ )

$$K_R = \sqrt{\frac{(-U_B)T_s k_t I_{ut}}{1 + k_A M_L}}$$

$$\Delta U_R = \begin{cases} R_C \max i_L = R_C I_{Lpp} = R_C K_R \sqrt{\frac{2}{L}} & \text{deldrift} \\ R_C \max i_L = R_C \frac{K_R}{\sqrt{2L}} + R_C \frac{1 + M_L}{1 + k_A M_L} k_t I_{ut} & \text{enkel ink., heldrift} \\ R_C I_{LPP} = R_C \frac{-U_B T_s}{(1 + M_L)L} & \text{dubbel ink., heldrift} \end{cases}$$